Nejmenší možný souhrn znalostí pro maturitu z <u>rozšiřující</u> matematiky

RNDr. Vlastimil Klíma

Příloha 2: Všechny příklady z maturitních testů z rozšiřující matematiky z let 2014 – jaro 2026

ver 1.2

V každém tématu jsme řešili vybrané maturitní příklady, které by byly co nejvíce typické nebo podobné ostatním. Ukazujeme tady různé postupy řešení, tedy vlastně to, jak se využijí potřebné znalosti. U maturity prosím kontrolujte výpočty, pokud vám zbyde čas.

Všechny potřebné znalosti k maturitě z matematiky na každé z témat (kapitol) jsou uvedeny v samostatném učebním textu, k němuž je toto příloha.

Obsah

3 ČÍSELNÉ MNOŽINY, VZORCE

3.1 MX_2016_01

1 bod

1 Množina $M = \{-93, -92, -91, \dots, 56\}$ obsahuje 150 po sobě jdoucích celých čísel.

Uveďte počet všech čísel množiny M, jejichž absolutní hodnota patří rovněž do množiny M.

3.2 MX_2017_01

1 bod

1 Množinu všech dělitelů čísla 12 označme A.
Množinu všech reálných čísel, pro která platí $0 < |x - 4| \leq 2$, označme B.

Určete $A \cap B$.

3.3 MX_2018_03

1 bod

3 Množina M obsahuje všechna taková přirozená čísla n, že druhá i třetí odmocnina součinu $n \cdot 3^{1\,220}$ je rovněž přirozeným číslem.

Určete nejmenší nenulové číslo n množiny M.

3.4 MX_2018_16

2 body

16 Platí: $a, b \in (0; +\infty)$, $a \neq b$.

Které tvrzení je pravdivé?

A) Součin ab musí být vždy větším číslem, než je hodnota každého z činitelů a, b.

B) Rozdíl $a - b$ musí být vždy kladný.

C) Hodnota výrazu $\dfrac{ab - a^2}{a - b}$ musí být vždy záporná.

D) Hodnota výrazu a^{-1} nemusí být vždy kladná.

E) Hodnota výrazu $[-(-b)^3]$ musí být vždy záporná.

3.5 MX_2019_02

1 bod

2 Je dán výraz s proměnnou $n \in \mathbf{N}$:

$$\frac{10^{n-1}}{2} - 2 \cdot 10^{n-2}$$

Upravte jej a vyjádřete jako součin některého z přirozených čísel od 1 do 9 a mocniny čísla 10.

3.6 MX_2019_05

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

> Každý pracovník firmy mluví alespoň jedním ze dvou jazyků – anglicky nebo německy.
> Polovina těch, kteří mluví německy, mluví i anglicky.
> Třetina těch, kteří mluví anglicky, mluví i německy.
>
> *(CZVV)*

1 bod

5 **Vyjádřete zlomkem v základním tvaru, jaká část všech pracovníků firmy mluví oběma jazyky (anglicky i německy).**

3.7 MX_2019_22

2 body

22 Platí:

$a, b \in \mathbf{N}, a < b,$

a je dělitelné dvěma, b je dělitelné šesti, b je dělitelné a.

Které z následujících tvrzení <u>není</u> pravdivé?

A) Součet $a + b$ <u>nemusí</u> být dělitelný šesti.

B) Součet $a + b$ <u>nemusí</u> být dělitelný osmi.

C) Rozdíl $b - a$ musí být dělitelný dvěma.

D) Součin $a \cdot b$ musí být dělitelný dvanácti.

E) Podíl $b : a$ musí být dělitelný třemi.

3.8 MX_2021P_05

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

Šestimístné číslo splňuje obě následující podmínky:

- Obsahuje všech šest číslic 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- Lze ho rozdělit na tři dvojčíslí, která mají stejný ciferný součet.

(Např. číslo 254 316 lze rozdělit na dvojčíslí 25, 43 a 16.)

(CZVV)

1 bod

5 **Vypočtěte, kolik různých čísel splňuje uvedené podmínky.**

3.9 MX_2023P_02

max. 2 body

2 Pro $x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}$ platí:

$(-6; x+3) \cap (2x; 6) = (-4; y)$

2.1 Určete neznámé číslo x.

2.2 Určete neznámé číslo y.

3.10 MX_2023P_15

2 body

15 Je dán výraz $V(n)$ s proměnnou $n \in \mathbf{N}$:

$V(n) = (n+2)(n+3)^2(n+4)$

Která čísla z množiny $\{5; 8; 9; 12\}$ **jsou pro všechna** $n \in \mathbf{N}$ **děliteli výrazu** $V(n)$**?**

A) právě tři čísla z uvedené množiny

B) právě dvě čísla, a to 8 a 12

C) právě dvě čísla, a to 5 a 12

D) pouze číslo 12

E) žádné číslo z uvedené množiny

3.11 MX_2024P_15

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Jsou dány intervaly $(-\infty, K\rangle$, $\langle L, +\infty)$ a (a, b), přičemž $K > L$, $a < b$; $K, L, a, b \in \mathbf{R}$.

Množina $\mathrm{M} = (-\infty, K\rangle \cap \langle L, +\infty)$.

2 body

15 **Které z následujících tvrzení <u>není</u> ve sporu s výchozím textem pro libovolnou čtveřici reálných čísel *K, L, a, b*?**

A) Existuje K, pro které $\mathrm{M} = \emptyset$.

B) $(a, b) \cap \mathrm{M} \neq \emptyset \Leftrightarrow (a < L \wedge b < K)$

C) $(a, b) \subset \langle K, +\infty) \Rightarrow (a, b) \cap \mathrm{M} \neq \emptyset$

D) $(a < L \wedge b > K) \Rightarrow (a, b) \subset \langle L, +\infty)$

E) $\mathrm{M} \cap (a, b) = (a, K\rangle \Leftrightarrow [(a, b) \subset \langle L, +\infty) \wedge b > K]$

3.12 MX_2025P_05

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

Pětimístné číslo splňuje obě následující podmínky:
- Obsahuje všech pět číslic 1, 2, 3, 4, 5.
- Ciferný součet jeho prvního trojčíslí je stejný jako ciferný součet posledního trojčíslí.

(Např. v čísle 41 532 má první trojčíslí 415 a poslední trojčíslí 532 stejný ciferný součet.)

(CZVV)

2 body

5 Vypočtěte, kolik různých čísel splňuje uvedené podmínky.

3.13 MX_2026J_17

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Množina M obsahuje všechna přirozená čísla od 1 do 1 890.
Množina S obsahuje všechna čísla množiny M, která jsou dělitelná 6, ale nejsou dělitelná 7.
Množina D obsahuje všechna čísla množiny M, která jsou dělitelná 6, ale nejsou dělitelná 9.

(CZVV)

2 body

17 Kolik čísel obsahuje průnik množin S ∩ D?

A) 150 čísel

B) 165 čísel

C) 180 čísel

D) 195 čísel

E) více než 195 čísel

4 ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

4.1 MX_2014_ilustracni_test_03

1 bod

3 Pro $a \in \mathbf{R} \setminus \{1;\ -1\}$ proveďte:

$$(a^{12} + 2a^{10} - a^2 - 2) : (a^{10} - 1) =$$

4.2 MX_2014_ilustracni_test_05

max. 2 body

5 Pro $a \in \mathbf{R}_0^+ \setminus \{4\}$ zjednodušte výraz:

$$\frac{(2+\sqrt{a})^2}{4-a} - \frac{2\sqrt{a}}{2-\sqrt{a}} =$$

4.3 MX_2014_02

max. 2 body

2 **V oboru R řešte:**

$$\frac{x^3-1}{x-1}=1$$

4.4 MX_2014_04

max. 2 body

4 **Výraz upravte a určete všechny hodnoty $x \in \mathrm{R}$, pro něž má smysl.**

$$\frac{x}{2+\frac{1}{x}}-\frac{1}{8x+4}+\frac{1}{4}=$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

4.5 MX_2015_01

1 bod

1 **Rozložte na součin:**

$$(9x-3)+(3x-1)^2=$$

4.6 MX_2015_02

1 bod

2 **Pro $a \in \mathbf{R}\backslash\{1\}$ zjednodušte:**

$$\frac{a^{222}-a^{20}}{a^{101}-1}=$$

4.7 MX_2015_15

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Pro $x \in \mathbf{R}$ platí:

$A = (2x+1)^2$

$B = (2x)^2$

$C = (2x-1)^2$

(CZVV)

2 body

15 Který z následujících výrazů je ekvivalentní s výrazem $(A-B)\cdot(B-C)$?

A) $4B-1$

B) $8B-1$

C) B^2-1

D) 1

E) žádný z uvedených

4.8 MX_2017_02

max. 2 body

2 Pro $n \in \mathbf{N}$ upravte výraz:

$(n^0 + 2n^{-1} + n^{-2}) \cdot (n+1)^{-1} =$

4.9 MX_2018_01

1 bod

1 Pro $a \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ upravte:

$$\frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{-2}}{\left(\frac{2}{a}\right)^{-1}} - \frac{a}{2} =$$

4.10 MX_2018_02

1 bod

2 Výraz s proměnnou $x \in \mathbf{R}$ rozložte na součin dvojčlenů.

$(2x-1)^2 - x^2 =$

4.11 MX_2019_01

max. 2 body

1 **Pro** $x \in (0; +\infty)$ **upravte výraz:**

$$\frac{x^8 - x^4}{(x^4 + x^2)(x^2 + x)} =$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

4.12 MX_2019_03

1 bod

3 Množina M obsahuje všechna taková přirozená čísla n, že druhá i třetí odmocnina součinu $n \cdot 3^{1\,220}$ je rovněž přirozeným číslem.

Určete nejmenší nenulové číslo n **množiny** M.

4.13 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_01 (alg)

1 Pro všechna $x \in \mathbf{R}$ platí:

$(x^2 + 1)(x - a) + 2 = x^3 + 3x^2 + x + b$

Určete hodnoty parametrů a, b.

4.14 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_02 (alg)

2 **Pro** $x \in \mathbf{R}$ **určete definiční obor výrazu a výraz upravte.**

$$\frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{x^2 - x - 2}$$

4.15 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_03 (alg)

3 **Užitím rozkladu na součin určete nulové body mnohočlenu** $x^5 - 3x^3 + 8x^2 - 24$ **s proměnnou** $x \in \mathbf{R}$.

Uveďte celý **postup řešení**.

4.16 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_04 (alg)

4 **Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (4.1–4.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

		A	N
4.1	Pro libovolná dvě reálná čísla a, b platí $\lvert a - b \rvert = \lvert b - a \rvert$.	☐	☐
4.2	Pro libovolné reálné číslo a platí $\sqrt{(a-3)^2} = a - 3$.	☐	☐
4.3	Pro každá dvě nezáporná čísla a, b platí $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.	☐	☐
4.4	Pro každá dvě nezáporná čísla a, b platí $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.	☐	☐

4.17 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_05 (alg)

5 Pro $x, y \in \mathbf{R}^+$ platí:

$$\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + y} : \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$$

Která z úprav je správná?

A) $\dfrac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{xy}$

B) $\dfrac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{xy}$

C) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$

D) $x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$

E) jiný výraz

4.18 MX_2021J_01

1 bod

1 **Výraz s proměnnou $x \in \mathbf{R}$ rozložte na součin lineárních dvojčlenů.**

$x^3 - 3x^2 - x + 3 =$

4.19 MX_2021J_02

1 bod

2 Jestliže mnohočlen $P(x)$ s proměnnou $x \in \mathbf{R}$ vydělíme trojčlenem $(x^2 + x + 2)$, dostaneme neúplný podíl $(x - 2)$ a zbytek (-4).

Určete mnohočlen $P(x)$.

4.20 MX_2021P_01

1 bod

1 **Pro $a \in \mathbf{N}$ upravte výraz:**

$$\frac{\sqrt{5a} + 5}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{125} - 5\sqrt{a}}{5}$$

4.21 MX_2021P_22

max. 3 body

22 **Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (22.1–22.3), zda je pro každé $x \in \mathbf{R}$ pravdivé (A), či nikoli (N).**

		A	N
22.1	$x^2 = 2x \quad \Leftrightarrow \quad x = 2$	☐	☐
22.2	$\frac{x^2 + x}{x} = 2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + x = 2x$	☐	☐
22.3	$(x+1)^2 = 9 \quad \Leftrightarrow \quad x + 1 = 3$	☐	☐

4.22 MX_2022J_01

1 bod

1 **Pro $a \in \mathbf{R} \setminus \{0; 1\}$ zjednodušte:**

$$\left(\frac{a^{-1} - 1}{a - 1}\right)^{-1} =$$

4.23 MX_2022J_16

2 body

16 Je dán mnohočlen s reálnými proměnnými x, y:

$$4xy^2 - 2y^3 + 2x^2 - xy - 4x + 2y$$

Který dvojčlen lze vytknout z daného mnohočlenu při rozkladu na součin?

$A)\ 2x + y \quad B)\ 2x - y \quad C)\ y^2 - 1 \quad D)\ x + 2y^2 \quad E)\ x - 2y$

4.24 MX_2023P_01

max. 2 body

1 **Pro $a \in \mathbf{R} \setminus \{-0{,}5; 0\}$ upravte výraz:**

$$\left(\frac{1}{\frac{1}{a} + 2}\right)^{-2} - \frac{4 + \frac{1}{a}}{a} =$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

4.25 MX_2024J_01

1 bod

1 **Pro $x \in \mathbf{R} \setminus \{0{,}2\}$ zjednodušte:**

$$\frac{(5x - 1)^{-2}}{(1 - 5x)^{-3}} - 1 =$$

4.26 MX_2024P_01

max. 2 body

1 $$\frac{4a^2-1}{(2a-5)(a+1)^2+5+8a}$$

1.1 Určete, pro která $a \in \mathbf{R}$ má daný výraz smysl.

1.2 Výraz zjednodušte.

4.27 MX_2025J_01

1 bod

1 Pro $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ je dán výraz:

$V(x) = x^2 - 9 \cdot x^{-2}$

Určete všechny hodnoty x, pro které je hodnota daného výrazu rovna nule.

4.28 MX_2025P_01

1 bod

1 **Pro $x \in (0; +\infty)$ upravte výraz na co nejjednodušší tvar:**

$$\frac{3\sqrt{x}-\sqrt{27}}{3} \cdot \frac{3+\sqrt{3x}}{\sqrt{3}} =$$

4.29 MX_2026J_04

max. 2 body

4 **Pro $a \in \mathbf{R} \setminus \{0; 1; 2\}$ upravte výraz na co nejjednodušší tvar:**

$$\frac{1}{a^2} \cdot \left(1-\frac{1}{a-1}\right)^{-2} \cdot \left(a-1-\frac{1}{a-1}\right) =$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

5 FUNKCE - graf, D_f, H_f

5.1 MX_2014_ilustracni_test_21

2 body

21 **Jaký je definiční obor výrazu $\sqrt{\frac{2x+4}{x-2}}$ s reálnou proměnnou x?**

A) $\langle -2;\ 2)$

B) $(-\infty;\ -2\rangle$

C) $(2; +\infty)$

D) $(-\infty;\ -2) \cup (2; +\infty)$

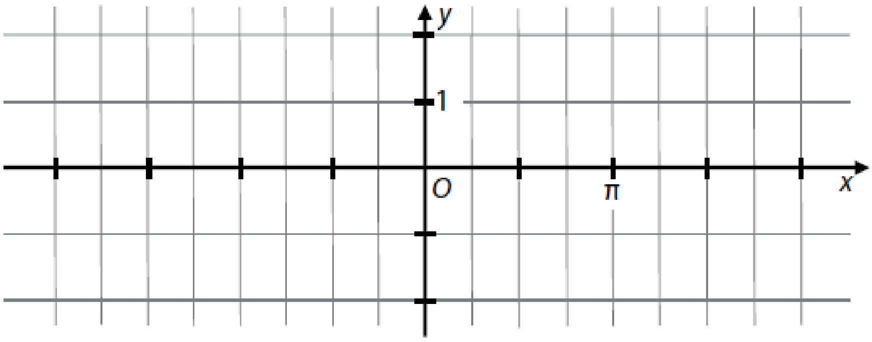
E) jiná množina

5.2 MX_2016_11

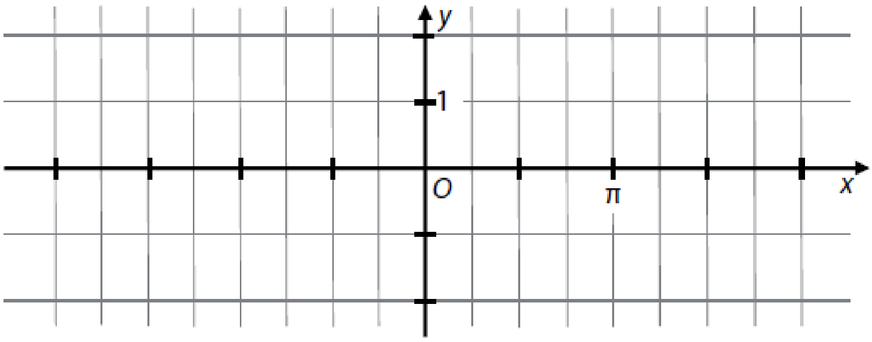
max. 2 body

11 **Sestrojte grafy funkcí** f **a** g **pro** $x \in \langle -2\pi;\ 2\pi \rangle$.
V záznamovém archu obtáhněte grafy **propisovací tužkou**.

11.1 $f\colon y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$



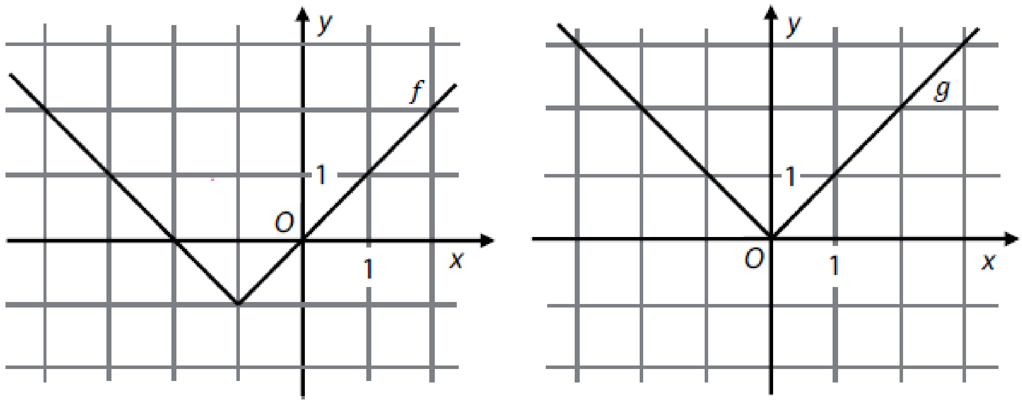
11.2 $g\colon y = \sin\frac{x}{2}$



5.3 MX_2017_18

VÝCHOZÍ TEXT A GRAFY K ÚLOZE 18

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* jsou sestrojeny grafy funkcí f a g s definičním oborem $\mathbf{R}$.



(CZVV)

2 body

18 Která z následujících rovností platí pro všechna $x \in \mathbf{R}$?

A) $g(x) = f(x-1) - 1$

B) $g(x) = f(x+1) - 1$

C) $g(x) = f(x+1) + 1$

D) $g(x) = f(x-1) + 1$

E) $g(x) = f(x) + \sqrt{2}$

5.4 MX_2019_11

max. 3 body

11 Graf funkce $f\colon y = \dfrac{ax+6}{x-2}$ s proměnnou $x \in \mathbf{R} \setminus \{2\}$ protíná souřadnicové osy x, y ve dvou bodech, které mají stejnou vzdálenost od počátku O soustavy souřadnic Oxy.

Určete hodnotu reálného koeficientu a.

Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

5.5 MX_2020_14

max. 3 body

14 Každá funkce daná některým z následujících předpisů je definována pro všechny přípustné hodnoty $x \in \mathbf{R}$.

Přiřaďte ke každému předpisu funkce (14.1–14.3) útvar (A–F), na němž leží všechny body grafu této funkce.

14.1 $y = \frac{2x}{\sqrt{x}}$ _____

14.2 $y = \frac{|x|}{2x}$ _____

14.3 $y = \frac{\sqrt{x^2}}{2}$ _____

A) jedna přímka rovnoběžná se souřadnicovou osou *x*

B) jedna přímka různoběžná se souřadnicovou osou *x*

C) dvojice rovnoběžných polopřímek neležících na téže přímce

D) dvojice různoběžných polopřímek

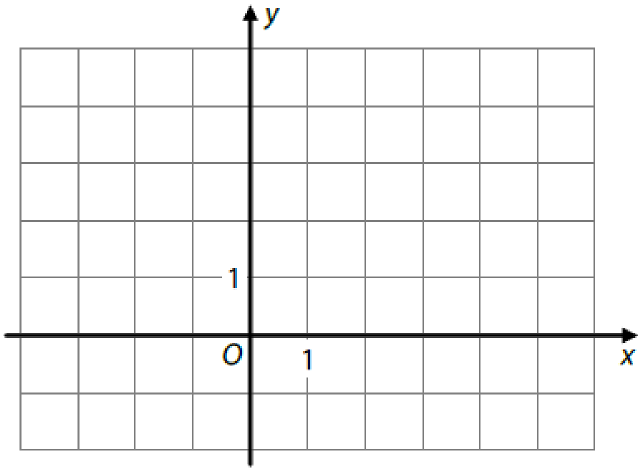
E) hyperbola

F) parabola

5.6 MX_2021J_05

VÝCHOZÍ TEXT, OBRÁZEK A TABULKA K ÚLOZE 5

Pro všechna $x \in \mathbf{R}$ je dána funkce $f: y = a^x$, kde $a \in \mathbf{R}^+ \setminus \{1\}$ a pro kterou platí:
$a^{x+2} = 2 \cdot a^x$



x	-2	0	2	4
a^x		1		

(CZVV)

max. 2 body

5

5.1 Zakreslete graf funkce f v kartézské soustavě souřadnic *Oxy* a vyznačte v grafu všechny body, jejichž x-ové souřadnice jsou uvedeny v tabulce (chybějící y-ové souřadnice dopočtěte).

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou.**

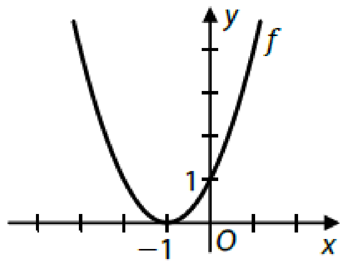
5.2 Vypočtěte hodnotu $f(1)$.

5.7 MX_2021J_06

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 6

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* je sestrojen graf kvadratické funkce f s definičním oborem **R**.

Pro funkci g platí: $g(x) = -f(x+2)$.



(CZVV)

max. 2 body

6

6.1 Definiční obor funkce g lze zapsat jako sjednocení $(I_1 \cup I_2)$ takových dvou intervalů, že v každém z nich je funkce g monotónní.

Z obou těchto intervalů zapište ten interval, v němž je funkce g klesající.

6.2 Určete souřadnice průsečíku *Y* grafu funkce g se souřadnicovou osou *y*.

5.8 MX_2023P_14

2 body

14 Funkce f je definována pro všechny přípustné hodnoty $x \in \mathbf{R}$:

$$f\colon y = \sqrt[4]{\left(\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt[6]{x}}\right)^3}$$

Grafem funkce f v kartézské soustavě souřadnic *Oxy* je

A) část přímky.

B) část paraboly, přičemž osou paraboly je souřadnicová osa *x*.

C) část paraboly, přičemž osou paraboly je souřadnicová osa *y*.

D) jedna větev hyperboly.

E) jiná množina bodů než výše uvedené.

5.9 MX_2024J_12

max. 3 body

12 Každá funkce daná některým z následujících předpisů je definována pro všechny přípustné hodnoty $x \in \mathbf{R}$.

Přiřaďte ke každému předpisu funkce (12.1–12.3) obor hodnot této funkce (A–F).

12.1 $y = -x^2 + 3$ ______

12.2 $y = -x^{-3} + 3$ ______

12.3 $y = x^{-4} + 3$ ______

A) $(3; +\infty)$

B) $\langle 3; +\infty)$

C) $(-\infty; 3)$

D) $(-\infty; 3\rangle$

E) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

F) $\mathbf{R}$

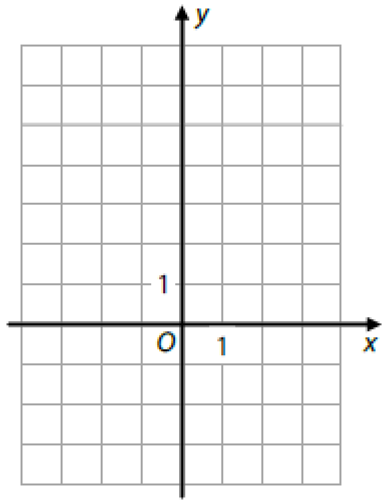
5.10 MX_2026J_02

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 2

Funkce f a g jsou definovány pro všechna $x \in \mathbf{R}$.

$f: y = x + 3$

$g: y = 2 \cdot |x|$



(CZVV)

max. 2 body

2 **Určete množinu všech hodnot x, pro něž platí $f(x) < g(x)$.**

6 ANALYTICKÁ GEOMETRIE – PŘÍMKA, VEKTORY

6.1 MX_2014_ilustracni_test_11

max. 2 body

11 Přímky $p\colon 3x + y + 6 = 0$ a $q\colon ax + 5y - 6 = 0$ se protínají na souřadnicové ose x.

Určete hodnotu koeficientu a.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

6.2 MX_2018_18

2 body

18 Přímka q prochází body $A[-5; 7]$ a $B[1; -1]$.
Přímka p je obrazem přímky q v posunutí určeném vektorem $\vec{u} = (-3;\ 4)$.

Jaká je vzdálenost přímek p, q**?**

A) 10

B) menší než 10 a větší než 5

C) 5

D) nenulová vzdálenost menší než 5

E) 0

6.3 MX_2021P_17

2 body

17 Jsou dány dvě **totožné** přímky p, q:

$p\colon x = -1 + 3t,$
$\quad y = 1 + t, \quad t \in \mathbf{R}$

$q\colon 6x + by + c = 0; \quad b, c \in \mathbf{R}$

Jaká je hodnota parametru c**?**

A) $c = 24$

B) $c = 12$

C) $c = 4$

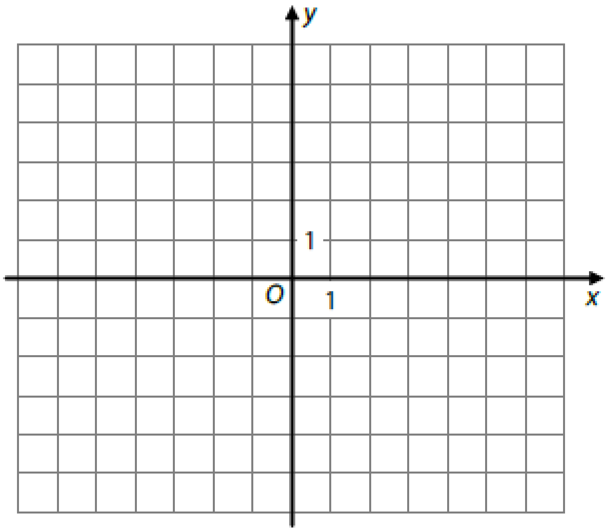
D) $c = 0$

E) $c = -12$

6.4 MX_2021P_18

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* je dán bod $C[1; 1]$ a přímka $p: x - y - 4 = 0$.
Na přímce *p* leží dva různé body *A*, *B*, které mají od bodu *C* vzdálenost 6 jednotek.



(CZVV)

2 body

18 Jaké jsou souřadnice středu úsečky *AB*?

A) $[-2; 2]$

B) $[-1; 3]$

C) $[2; -2]$

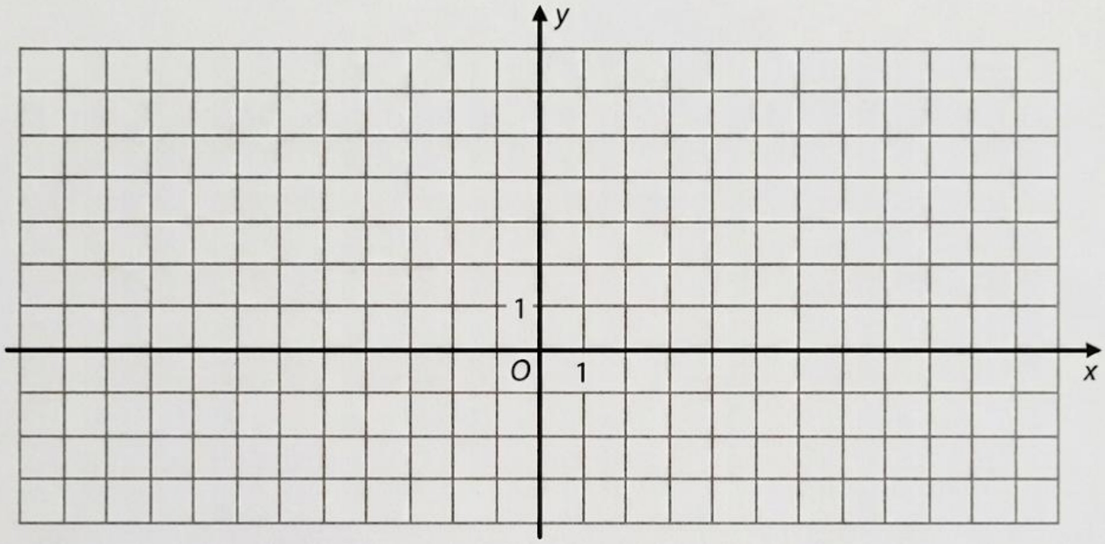
D) $[3; -1]$

E) jiné souřadnice

6.5 MX_2022J_22

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Bod $S[-1; 3]$ je střed kosočtverce $ABCD$.
Strana AB tohoto kosočtverce leží na souřadnicové ose x a vrchol C na souřadnicové ose y.



(CZVV)

max. 3 body

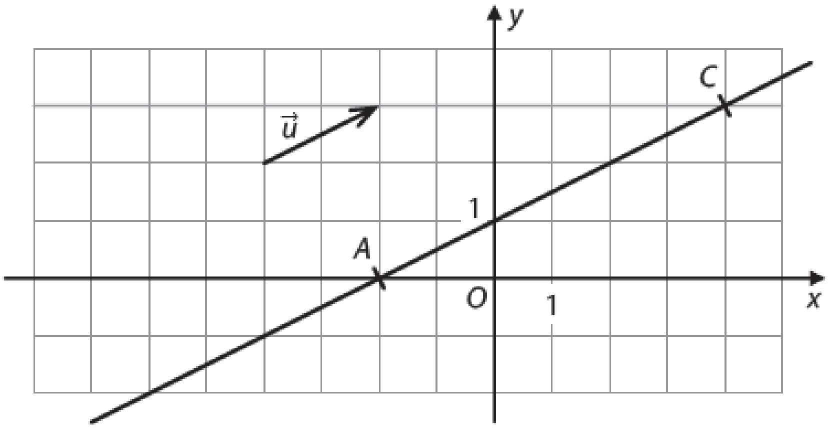
22 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (22.1–22.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
22.1	Vzdálenost bodu S od přímky AB je stejná jako od přímky CD.	☐	☐
22.2	$\|BD\| = 3 \cdot \|AC\|$	☐	☐
22.3	Obsah kosočtverce je $S_{ABCD} = \frac{3}{5} \cdot \|AB\| \cdot \|BC\|$.	☐	☐

6.6 MX_2023P_05

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

Libovolný bod X přímky AC lze vyjádřit rovnicí $X = A + t \cdot \vec{u}$, kde $t \in \mathbf{R}$.



Body A, C i počáteční a koncový bod orientované úsečky, která je umístěním vektoru $\vec{u}$, jsou v mřížových bodech.

(CZVV)

1 bod

5 **Určete množinu <u>všech</u> hodnot parametru t, pro něž je bod X bodem úsečky AC.**

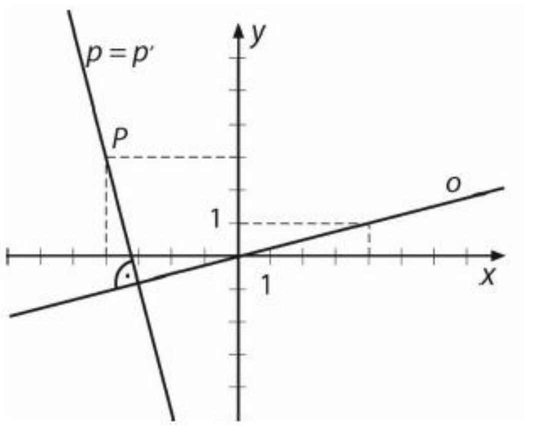
$t \in$ ______________

6.7 MX_2024J_14

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* je dán bod $P[-4; 3]$ a přímka o: $y = 0{,}25x$.
Bodem *P* prochází přímka *p*, která je obrazem sebe sama v osové souměrnosti s osou *o*.

2 body



14 Která rovnice je rovnicí přímky p?

A) $y = -0{,}25x + 2$

B) $y = -4x - 13$

C) $y = 0{,}25x + 4$

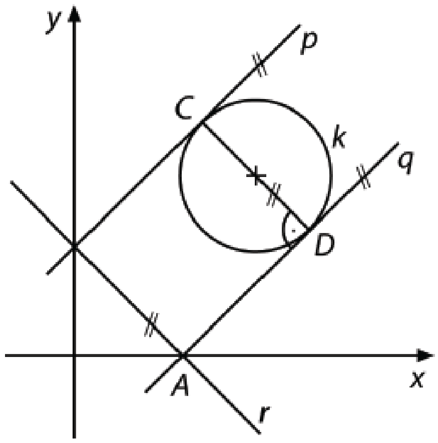
D) $y = 4x + 19$

E) žádná z uvedených

6.8 MX_2024P_04

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 4

V kartézské soustavě souřadnic je dána přímka *p* s obecnou rovnicí $y - x - 2 = 0$, přímka *q*, přímka *r*, kružnice *k* a bod $A[2;0]$.
Přímka *q* prochází bodem *A* a je rovnoběžná s přímkou *p*.
Přímky *p* i *q* jsou tečnami kružnice *k*. Přímka *r* prochází bodem *A* a je rovnoběžná s vyznačenou úsečkou *CD*, jejíž délka je rovna průměru *d* kružnice *k*.



max. 3 body

4

4.1 Napište **parametrické vyjádření** přímky *q*.

4.2 Napište **obecnou rovnici** přímky *r*.

4.3 Vypočtěte průměr *d*.

(Obrázek je pouze ilustrační.)

6.9 MX_2025P_17

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

V kartézské soustavě souřadnic *Oxyz* je dána přímka *p*:

$$p: x = 9 + 2t,$$
$$y = -t,$$
$$z = -2t, \quad t \in \mathbf{R}$$

Ze všech bodů přímky *p* má bod *M* nejmenší vzdálenost od počátku *O* soustavy souřadnic.
Bodem *M* vedeme rovinu ϱ, která je kolmá k přímce *p* a lze ji určit obecnou rovnicí ve tvaru:

$\varrho: 2x + by + cz + d = 0; \quad b, c, d \in \mathbf{R}$

(CZVV)

2 body

17 Jaká je hodnota koeficientu d?

A) $d = -18$

B) $d = 0$

C) $d = 5$

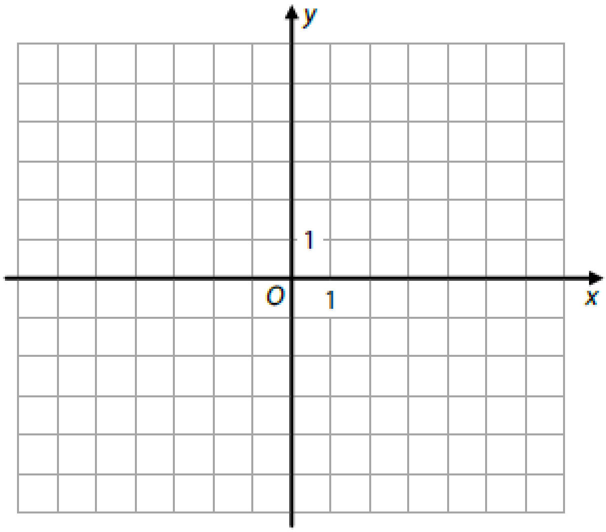
D) $d = 9$

E) $d = 18$

6.10 MX_2025P_18

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* je dán bod $C[-1; 1]$ a přímka $p: x + y + 4 = 0$.
Na přímce *p* leží dva různé body *A*, *B*, které mají od bodu *C* vzdálenost 6 jednotek.



(CZVV)

2 body

18 Jaké jsou souřadnice středu úsečky *AB*?

A) $[-3; -1]$

B) $[-2; 2]$

C) $[1; 3]$

D) $[2; -2]$

E) jiné souřadnice

6.11 MX_2015_18, vektor v prostoru

2 body

18 Jaká je velikost libovolného vektoru $\vec{v} = (3; y; y)$, který je kolmý k vektoru $\vec{w} = (-3; -y; 2y)$?

A) $|\vec{v}| = 3\sqrt{3}$

B) $|\vec{v}| = 3\sqrt{6}$

C) $|\vec{v}| = 6\sqrt{3}$

D) $|\vec{v}| = 9\sqrt{6}$

E) nelze jednoznačně určit

6.12 MX_2017_16, přímky

2 body

16 Tři přímky *p*, *q* a *r* jsou vzájemně rovnoběžné.

Přímka *p* prochází body $A[3; -1]$ a $B[4; 1]$,

q: $ax - 2y + 3 = 0;\ a \in \mathbf{R}$,

r: $y = bx - 1;\ b \in \mathbf{R}$.

Jaký je součet $a + b$?

A) –2

B) 0

C) 3,5

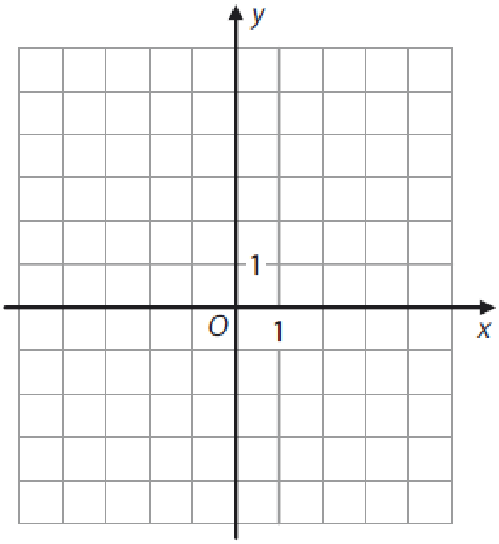
D) 5,5

E) 6

6.13 MX_2020_17

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 17

V trojúhelníku *NOP* platí: $\overrightarrow{NO} = (2; -5)$, $\overrightarrow{OP} = (1; 5)$.



(CZVV)

2 body

17 **Jaká je velikost konvexního úhlu *ONP*?**
Výsledek je zaokrouhlen na desetiny stupně.

A) 67,9°

B) 68,0°

C) 68,1°

D) 68,2°

E) jiná velikost

6.14 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_02, vektory v prostoru (anal)

2 Jsou dány vektory $\vec{u} = (-1; 1; 2)$ a $\vec{v} = (-2; 0; 5)$.

Který vektor je kolmý k oběma vektorům $\vec{u}$ a $\vec{v}$?

A) $\vec{a} = (-5; 1; 2)$

B) $\vec{b} = (-5; -1; 2)$

C) $\vec{c} = (5; 1; 2)$

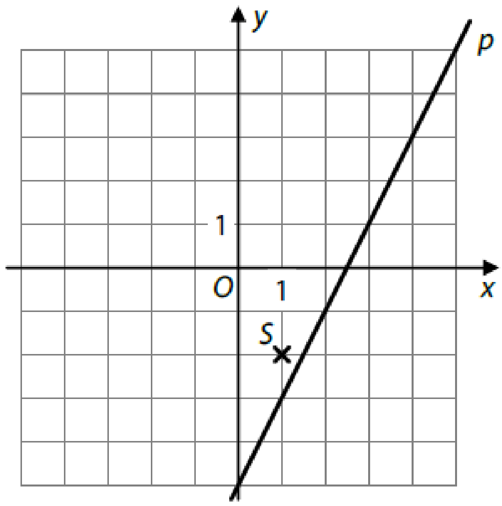
D) $\vec{d} = (-2; 1; 5)$

E) $\vec{e} = (2; -1; 5)$

6.15 MX_2021J_14, přímka

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je zakreslena přímka p a bod S.



(Bod S je mřížový, přímka p prochází 6 mřížovými body zobrazené části čtvercové sítě.)

(CZVV)

2 body

14 Přímka q je obrazem přímky p ve středové souměrnosti se středem S.

Která rovnice je obecnou rovnicí přímky q?

A) $x - 2y + 4 = 0$

B) $x - 2y - 4 = 0$

C) $2x - y + 5 = 0$

D) $2x - y + 3 = 0$

E) $2x - y - 3 = 0$

6.16 MX_2025J_06, rovnice roviny v prostoru

max. 2 body

6 V kartézské soustavě souřadnic $Oxyz$ je rovina ϱ určena normálovým vektorem $\vec{n}_\varrho = (2; -6; 2)$ a bodem $X[0; 0; 1]$.

6.1 Sestavte obecnou rovnici roviny ϱ.

6.2 V rovině σ leží souřadnicové osy y a z.
Zapište libovolný směrový vektor $\vec{u}$ průsečnice rovin ϱ a σ.

6.17 MX_2026J_22

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

V kartézské soustavě souřadnic *Oxyz* jsou dány body $A[2; 0; -3]$ a $B[4; -4; 1]$.
Rovina ϱ je kolmá k přímce *AB* a prochází bodem *B*.

(CZVV)

max. 3 body

22 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (22.1–22.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
22.1	Vzdálenost bodu *A* od roviny ϱ je rovna 3.	☐	☐
22.2	V rovině ϱ leží bod $K[0; 3; 10]$.	☐	☐
22.3	Rovinu ϱ protínají pouze dvě ze souřadnicových os *x*, *y*, *z*.	☐	☐

7 KVADRATICKÉ ROVNICE A PARABOLA

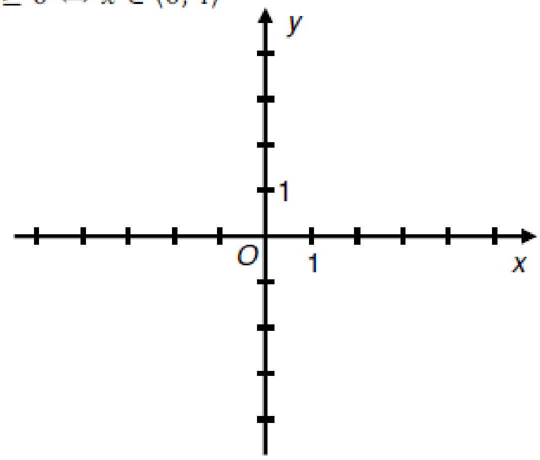
7.1 MX_2014_ilustracni_test_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Pro kvadratickou funkci f platí:

definiční obor je $\mathrm{D}_f = \mathbf{R}$; obor hodnot je $\mathrm{H}_f = (-\infty; 4\rangle$

$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \langle 0; 4\rangle$



(CERMAT)

max. 3 body

7

7.1 Sestrojte graf funkce f.

V záznamovém archu obtáhněte graf **propisovací tužkou.**

7.2 Zapište souřadnice vrcholu V grafu funkce f.

7.3 Uveďte předpis funkce f.

7.2 MX_2014_ilustracni_test_23

max. 3 body

23 Je dána rovnice s neznámou $x \in \mathbf{R}$ a parametrem $b \in \mathbf{R}$:

$$x^2 + bx - 2b = 0$$

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

		A	N
23.1	Pro $b = 0$ je řešením rovnice prázdná množina.	☐	☐
23.2	Pro $b = 10^{25}$ má rovnice dva různé reálné kořeny.	☐	☐
23.3	Pro $b = -10^{25}$ má rovnice dva různé reálné kořeny.	☐	☐

7.3 MX_2015_03

max. 2 body

3 Je dána rovnice $x^2 + 2 = p + 6x$ s neznámou $x \in \mathbf{R}$ a parametrem $p \in \mathbf{R}$.

Určete všechny hodnoty parametru p, pro něž má rovnice alespoň jeden reálný kořen.

7.4 MX_2016_02

max. 2 body

2 **V oboru R řešte:**

$$\sqrt{6 - x} = -x$$

7.5 MX_2016_05

1 bod

5 Je dána funkce f s proměnnou $x \in \mathbf{R} \setminus \{3\}$:

$$f(x) = \frac{x + k}{4x - 12} + \frac{x}{x - 3}$$

Určete reálné číslo k, pro které je funkce f konstantní.

7.6 MX_2016_14

max. 3 body

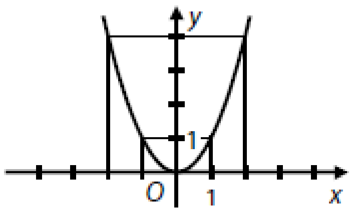
14 **Přiřaďte ke každému předpisu reálné funkce (14.1–14.3) odpovídající graf funkce (A–F).**

14.1 $y = \frac{-x^2}{2}$ ______

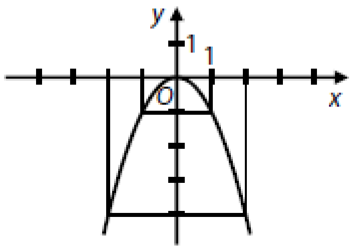
14.2 $y = -\left(\frac{-x}{2}\right)^2$ ______

14.3 $y = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{-2} \cdot x\right)^2$ ______

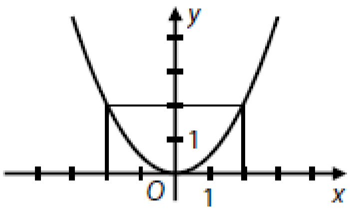
A)



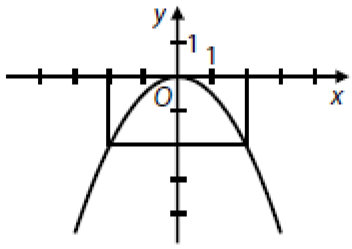
B)



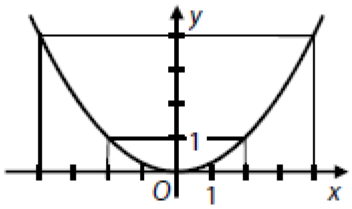
C)



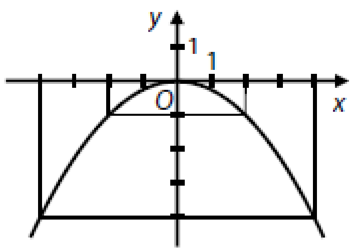
D)



E)



F)



7.7 MX_2016_16

2 body

16 **Který z uvedených výrazů je pro <u>některé</u> hodnoty proměnné $x \in \mathbf{R}$ kladný?**

A) $\sqrt{x^2} - x$

B) $x \cdot |x| - x^2$

C) $|x| \cdot |x+1| - |x^2 + x|$

D) $|2x^3| \cdot x - |2x| \cdot x^3$

E) $\sqrt{\frac{1}{4}} \cdot |x| - \left|\frac{x}{2}\right|$

7.8 MX_2017_03

max. 2 body

3 Je dána rovnice s neznámou $x \in \mathbf{R}$ a parametrem $a \in \mathbf{R}$:

$3x^2 - 6x = ax^2 - 1$

Určete všechny hodnoty parametru a, pro něž má rovnice právě jedno řešení.

7.9 MX_2018_05

1 bod

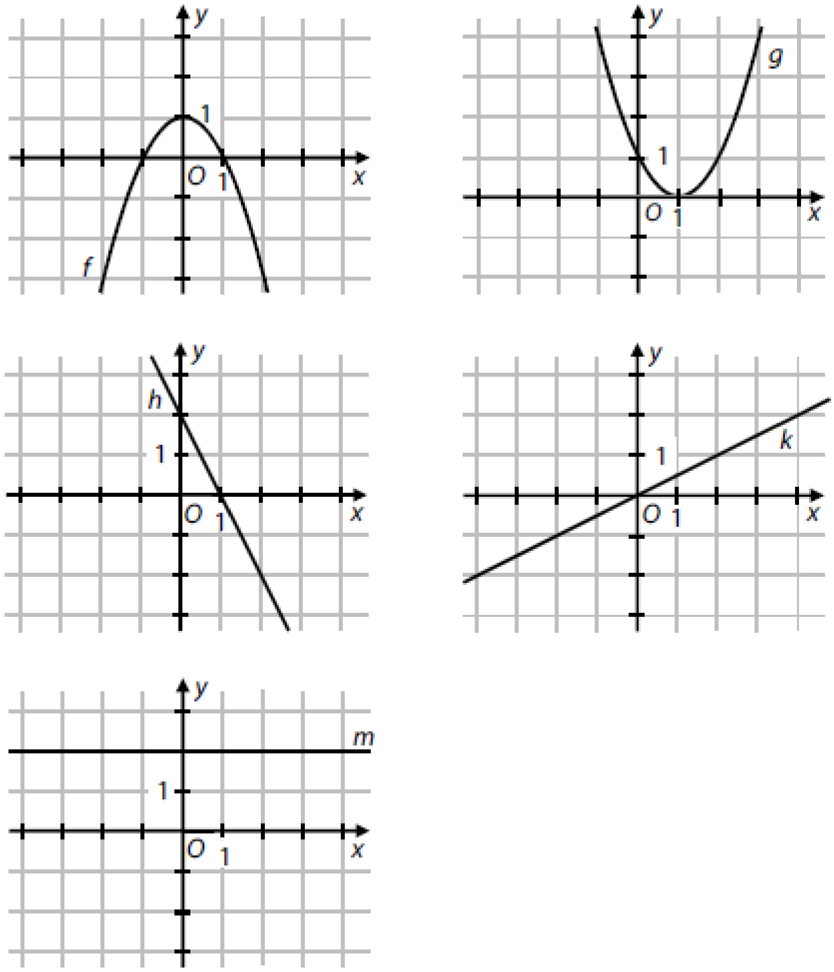
5 **V oboru R řešte:**

$\sqrt{5+x} \cdot \sqrt{x+4} = 0$

7.10 MX_2018_15

VÝCHOZÍ TEXT A GRAFY K ÚLOZE 15

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* jsou sestrojeny grafy kvadratických funkcí *f*, *g* a grafy lineárních funkcí *h*, *k*, *m*. Funkce jsou definovány pro všechna $x \in \mathbf{R}$.



(CZVV)

2 body

15 Který z následujících vztahů <u>není pravdivý</u>?

A) Pro všechna $x \in \mathbf{R}$ platí: $f(x) + g(x) = h(x)$

B) Pro všechna $x \in \mathbf{R}$ platí: $h(x) + 4 \cdot k(x) = m(x)$

C) Pro všechna $x \in \mathbf{R}$ platí: $x \cdot m(x) = 2 - h(x)$

D) Pro všechna $x \in \mathbf{R}$ platí: $g(x) = -f(x) - 1$

E) Pro všechna $x \in \mathbf{R}$ platí: $k(x) = \dfrac{1}{m(x)} \cdot x$

7.11 MX_2019_04

max. 2 body

4 Třetí mocnina neznámého čísla je o 100 menší než druhá mocnina součtu téhož neznámého čísla s číslem 10.

Vypočtěte neznámé číslo. Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

7.12 MX_2020_04

max. 2 body

4 Neznámé číslo je o 462 větší než jeho druhá **odmocnina**.

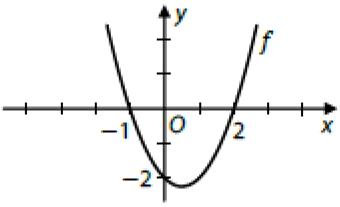
Vypočtěte neznámé číslo. Sestavenou rovnici řešte v oboru **R**.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

7.13 MX_2021P_12

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 12

Kvadratická funkce $y = f(x)$ s definičním oborem **R** je dána grafem.



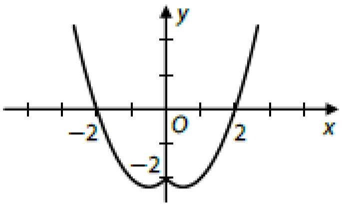
(CZVV)

max. 3 body

12 Všechny funkce dané následujícími grafy (12.1–12.3) mají definiční obor **R**.

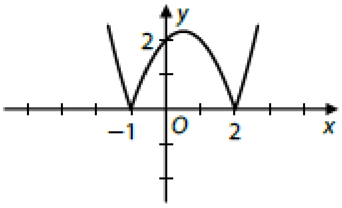
Přiřaďte ke každému grafu (12.1–12.3) odpovídající předpis funkce (A–F).

12.1



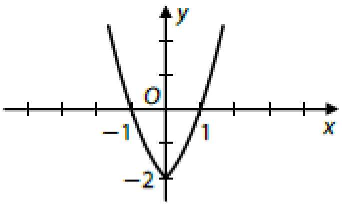
_____

12.2



_____

12.3



_____

A) $y = -f(|x|)$

B) $y = f(-|x|)$

C) $y = f(|-x|)$

D) $y = -|f(x)|$

E) $y = |-f(x)|$

F) $y = |f(-x)|$

7.14 MX_2022J_02

max. 2 body

2 **V oboru R řešte:**

$$2x \cdot \sqrt{x+2} = \sqrt{x+2}$$

7.15 MX_2024J_02

1 bod

2 Pro všechny přípustné hodnoty reálné proměnné x je dán výraz:

$$\frac{3x^2 + 11x - 4}{3x^2 - 10x + 3}$$

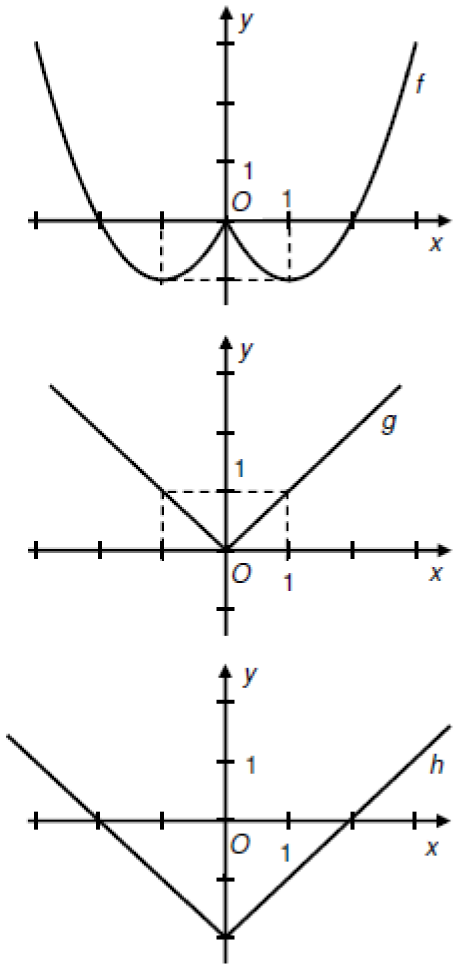
Určete všechny hodnoty x, pro které je hodnota daného výrazu rovna nule.

8 GRAFY, FUNKCE OBECNĚ (NE KUŽELOSEČKY)

8.1 MX_2014_19

VÝCHOZÍ TEXT A GRAFY K ÚLOZE 19

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou sestrojeny grafy funkcí f, g, h, které jsou definovány pro všechna $x \in \mathbf{R}$.



(CERMAT)

2 body

19 Který z následujících vztahů platí pro všechna $x \in \mathbf{R}$?

A) $f(x) = g(x) \cdot h(x)$

B) $f(x) = g(x) + h(x)$

C) $f(x) = g^2(x) - h(x)$

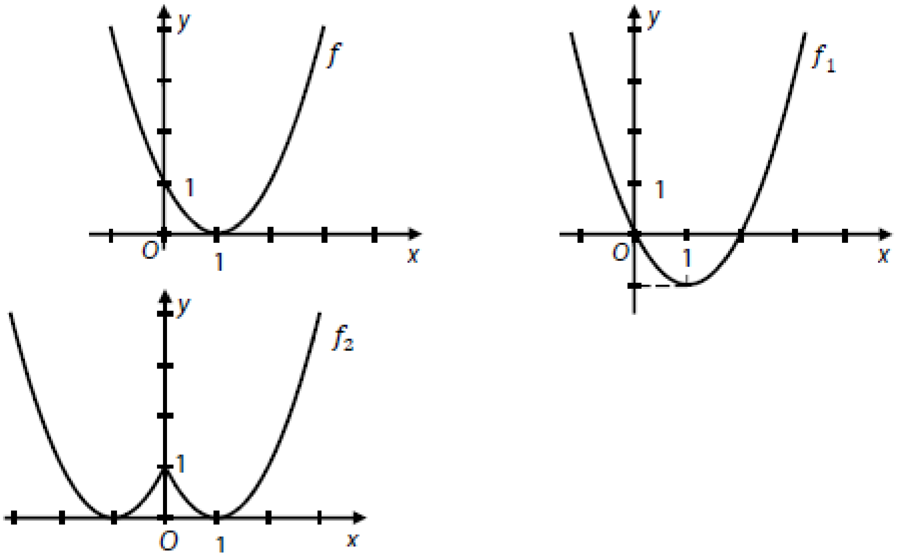
D) $f(x) = |h(x) + 1| - 1$

E) $f(x) = |g(x) - 1| - 1$

8.2 MX_2015_10

VÝCHOZÍ TEXT A GRAFY K ÚLOZE 10

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojen graf funkce $f: y = (x-1)^2$ pro $x \in \mathbf{R}$. Posunutím grafu funkce f nebo posunutím a sjednocením jeho částí byly vytvořeny grafy funkcí f_1 a f_2.



(CZVV)

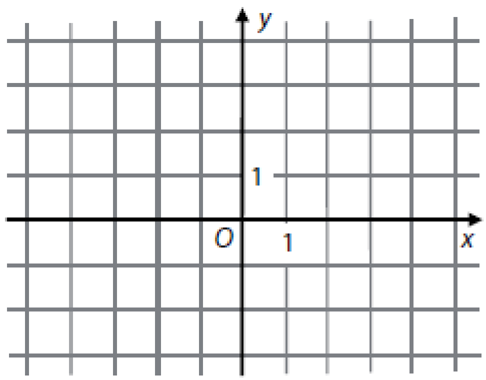
max. 3 body

10

10.1 Zapište předpis funkce f_1.

10.2 Zapište předpis funkce f_2.

10.3 Sestrojte graf funkce $f_3: y = |(x+2)^2 - 1|, x \in \mathbf{R}$.
Průsečíky s osami i lokální extrémy zaznamenejte přesně.



V záznamovém archu obtáhněte graf **propisovací tužkou**.

8.3 MX_2016_13

max. 3 body

13 **Ke každé rovnici (13.1–13.3) řešené v oboru R přiřaďte interval (A– F), do něhož patří řešení dané rovnice.**

13.1 $|5 + x| = -x$ ______

13.2 $3^{\log(x-2)} = 1$ ______

13.3 $2^{2x} - 2 \cdot 2^{x} + 2^{0} = 0$ ______

A) $(-\infty;\ -3)$

B) $\langle -3; -1)$

C) $\langle -1; 1)$

D) $\langle 1; 2)$

E) $\langle 2; 4)$

F) $\langle 4; +\infty)$

8.4 MX_2016_15

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Jsou uvedeny postupy řešení tří nerovnic **I**, **II** a **III** v oboru $\mathbf{R}$.

I: $\log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} 5$

Postup řešení:

Definiční obor nerovnice: $\mathbf{R}^+$

$\log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} 5$

$x \geq 5$

$\underline{\underline{\mathrm{K}_\mathrm{I} = \langle 5; \infty)}}$

II: $x^2 > x$

Postup řešení:

Definiční obor nerovnice: $\mathbf{R}$

$x^2 > x$

$x > 1$

$\underline{\underline{\mathrm{K}_\mathrm{II} = (1;\ \infty)}}$

III: $\dfrac{x}{x-1} < 0$

Postup řešení:

Definiční obor nerovnice: $\mathbf{R} \setminus \{1\}$

$\dfrac{x}{x-1} < 0$

$x < 0$

$\underline{\underline{\mathrm{K}_\mathrm{III} = (-\infty; 0)}}$

(CZVV)

2 body

15 U které nerovnice je v uvedeném postupu řešení chyba?

A) pouze u jedné ze tří nerovnic

B) u **I** a **II**

C) u **I** a **III**

D) u **II** a **III**

E) u **I**, **II** a **III**

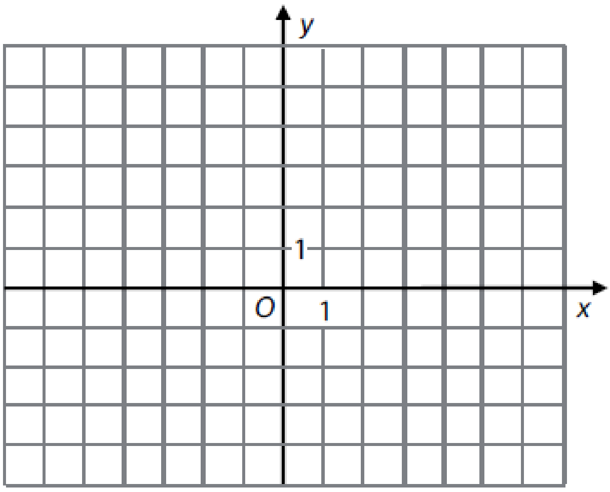
8.5 MX_2017_06

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Kvadratická funkce f je sudá,

$f(1) = 1$

a graf funkce f má právě jeden společný bod s grafem funkce $g: y = \cos x - 2$.



(CZVV)

1 bod

6 **Zapište předpis funkce f.**

8.6 MX_2019_16

2 body

16 **Která z následujících funkcí je v intervalu $\langle 1; +\infty)$ rostoucí?**

A) $f_1\colon\ y = |x - 2| + 1$

B) $f_2\colon\ y = 2 - |x + 1|$

C) $f_3\colon\ y = |x - 1| - 2$

D) $f_4\colon\ y = 2 - |x - 1|$

E) žádná z uvedených

8.7 MX_2019_17

2 body

17 Je dána funkce $g\colon y = x^2 - 4x + 4$, $x \in (-\infty; 0\rangle$.

Jaký je definiční obor inverzní funkce g^{-1} k funkci g?

A) $\mathrm{D}(g^{-1}) = \langle 4; +\infty)$

B) $\mathrm{D}(g^{-1}) = \langle 0; +\infty)$

C) $\mathrm{D}(g^{-1}) = (-\infty; 4\rangle$

D) $\mathrm{D}(g^{-1}) = (-\infty; 0\rangle$

E) Žádný, k funkci g neexistuje inverzní funkce.

8.8 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_01 (funkce)

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

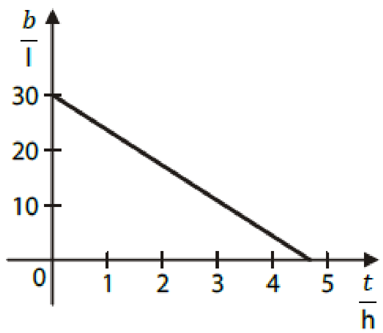
Automobil má na počátku jízdy 30 litrů benzinu v nádrži. Jede stálou rychlostí 80 km · h^{-1}. Při této rychlosti je průměrná spotřeba benzinu 8 litrů na 100 km.

Objem benzinu v nádrži b (v litrech) je lineární funkcí doby jízdy auta t (v hodinách).

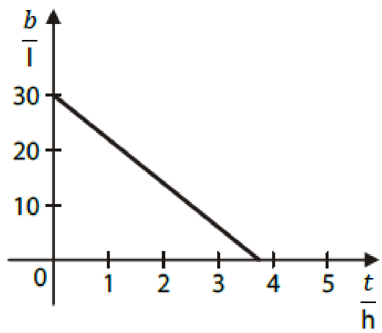
(CZVV)

1 **Který z grafů by mohl znázorňovat tuto lineární funkci?**

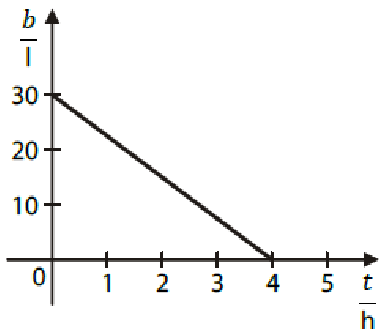
A)



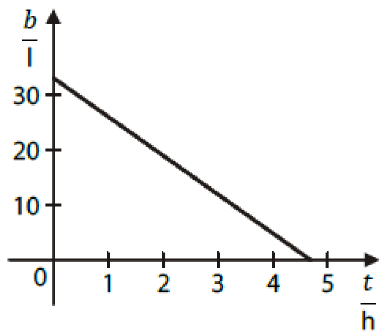
B)



C)



D)



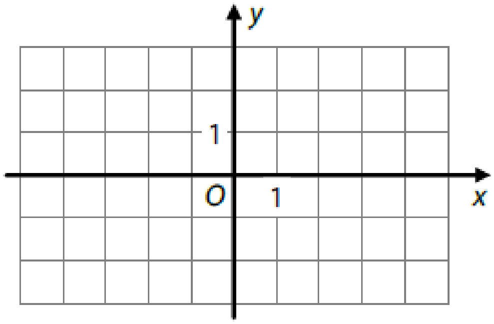
E) žádný z uvedených grafů

8.9 MX_2022J_05

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

Pro všechna přípustná $x \in \mathbf{R}$ je dána funkce:

$f\colon y = (4 - x)^{\frac{1}{2}} - 1$



max. 2 body

5

5.1 Určete definiční obor funkce f.

5.2 V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* sestrojte graf funkce f.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

8.10 MX_2023P_12

max. 3 body

12 **Přiřaďte ke každému předpisu funkce (12.1–12.3) odpovídající graf funkce (A–F).**

12.1

$$y = \frac{5x - 3x}{2}$$ _____

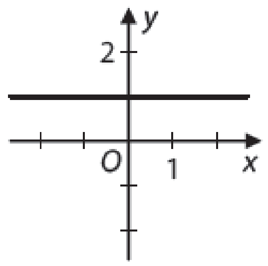
12.2

$$y = \frac{2x}{x + x}$$ _____

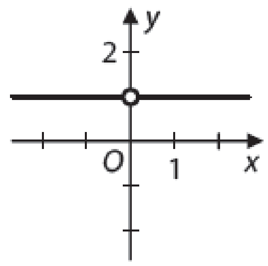
12.3

$$y = \frac{|x|}{x}$$ _____

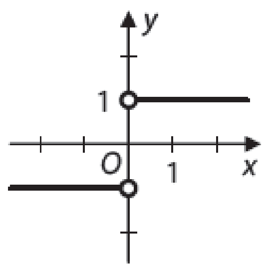
A)



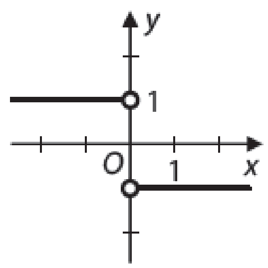
B)



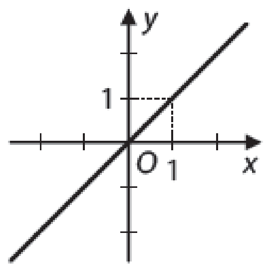
C)



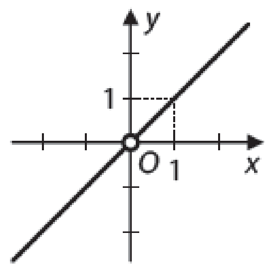
D)



E)



F)



8.11 MX_2024J_06

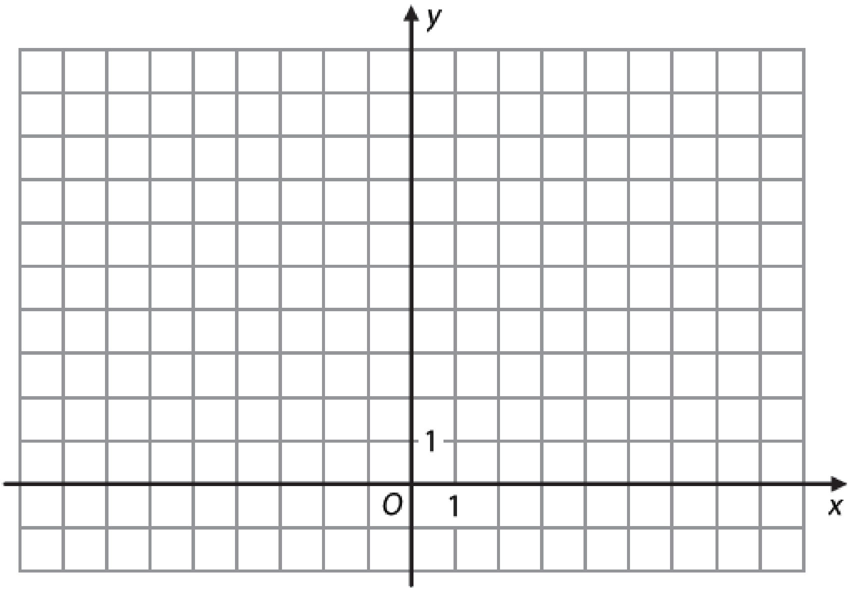
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Pro všechna $x \in \mathbf{R}$ jsou dány tři funkce:

$f_1(x) = 4 + \frac{x}{2}$

$f_2(x) = 6 - \frac{x}{2}$

$f_3(x) = 4 - x$



max. 2 body

6 Pro některá čísla a platí, že funkční hodnoty $f_1(a)$, $f_2(a)$ a $f_3(a)$ jsou čísla **celá**, **kladná** a navzájem **různá**.

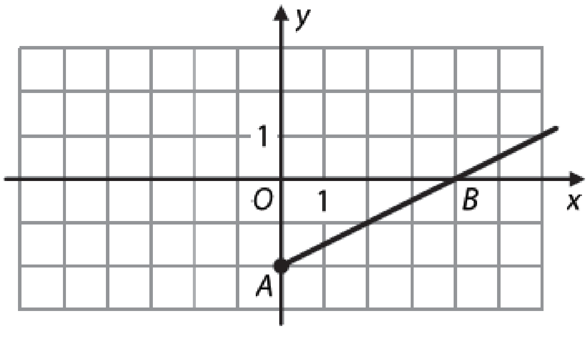
Určete všechna taková čísla a.

8.12 MX_2024J_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* je zakreslena polopřímka *AB*, která představuje **část** grafu **sudé** funkce g.

Body *A*, *B* jsou mřížové.



max. 2 body

7

7.1 Zapište předpis funkce g.

7.2 V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* sestrojte graf funkce g.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

8.13 MX_2024P_09, lineární lomená funkce

9 Uvažujte funkci s předpisem

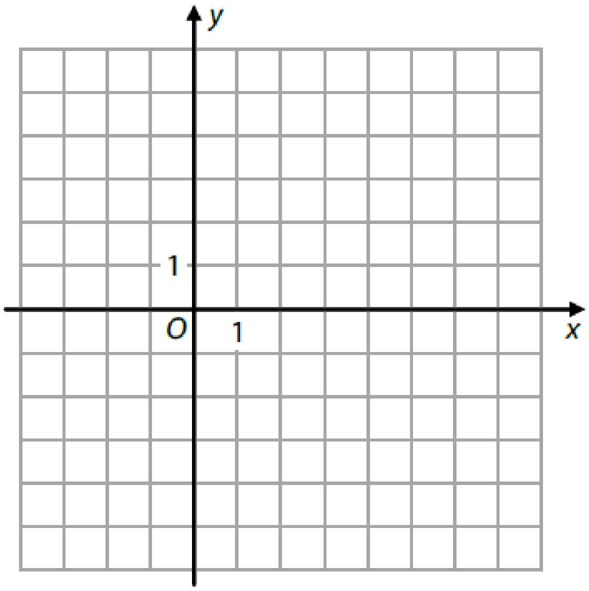
$$f: y = \frac{ax+b}{x-c}, x \in \mathbf{R} \setminus \{c\}$$

Určete hodnoty parametrů *a, b* a *c* tak, aby platilo: *f* je lichá a není konstantní. Najděte všechny možnosti.

8.14 MX_2025J_05, lineární lomená funkce

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

Lineární lomená funkce f je definována pro všechna $x \in \mathbf{R} \setminus \{4\}$.
Přitom platí: $f(3) = 1$, $f(5) = -3$.



(CZVV)

max. 3 body

5

5.1 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf funkce f.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

5.2 Sestavte předpis funkce f ve tvaru $y = f(x)$.

8.15 MX_2025J_14, různé funkce

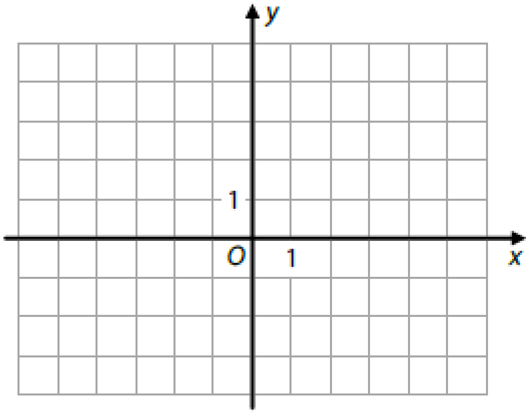
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Následující tři funkce jsou definovány pro všechny přípustné hodnoty $x \in \mathbf{R}$.

$f: y = 2 \cdot \log_2 x$

$g: y = x^2 + 1$

$h: y = \dfrac{1}{x-2}$



(CZVV)

2 body

14 Které tvrzení je <u>nepravdivé</u>?

A) Funkce h není v žádném intervalu rostoucí.

B) Grafy funkcí f a h se protínají ve dvou bodech.

C) Existuje bod $x \in \mathbf{R}$, v němž má funkce g minimum.

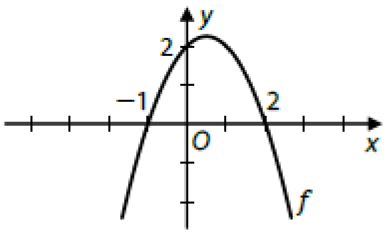
D) Grafy funkcí f a g mají pouze jeden společný bod.

E) Graf funkce h neprotíná souřadnicovou osu x.

8.16 MX_2025P_12, absolutní hodnota a parabola

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 12

Kvadratická funkce $y = f(x)$ s definičním oborem **R** je dána následujícím grafem zakresleným v kartézské soustavě souřadnic *Oxy*.



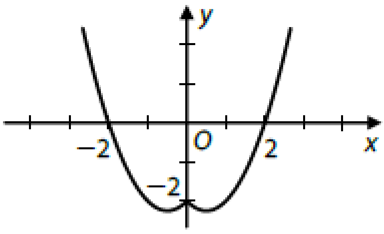
(CZVV)

max. 3 body

12 Všechny funkce dané následujícími grafy (12.1–12.3) mají definiční obor **R**.

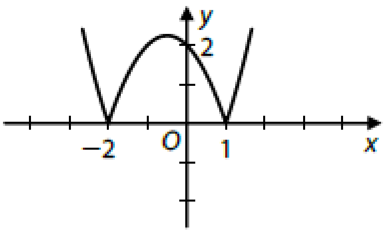
Přiřaďte ke každému grafu (12.1–12.3) odpovídající předpis funkce (A–F).

12.1



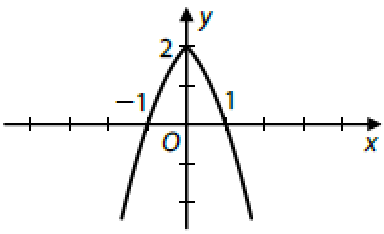
_____

12.2



_____

12.3



_____

A) $y = -f(|x|)$

B) $y = f(-|x|)$

C) $y = f(|-x|)$

D) $y = -|f(x)|$

E) $y = |-f(x)|$

F) $y = |f(-x)|$

8.17 MX_2026J_14

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Pro všechna $x \in \mathbf{R}$ je dána funkce $f\colon y = k \cdot a^x$, kde k, a jsou kladné reálné konstanty.
Pro funkci f platí $f(x+3) = 4 \cdot f(x)$
a její graf sestrojený v kartézské soustavě souřadnic Oxy prochází bodem $M[1{,}5; 6]$.

(CZVV)

2 body

14 **Kterým z následujících bodů prochází graf funkce f?**

A) $A[-1; 0]$

B) $B[0; 4]$

C) $C\left[-3; \frac{3}{4}\right]$

D) $D\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$

E) $E\left[\frac{1}{3}; 3\right]$

9 ANALYTICKÁ GEOMETRIE– OSTATNÍ

9.1 MX_2014_21

2 body

21 Je dáno těžiště $T[3; 4]$ a strana $AB = \{[2t; 4+t]; t \in \langle -1; 3 \rangle\}$ trojúhelníku ABC.

Jaké souřadnice má vrchol C?

A) $C[2;\ 5]$

B) $C[4;\ 2]$

C) $C[4;\ 3]$

D) $C[5;\ 2]$

E) $C[6;\ -1]$

9.2 MX_2016_10

max. 3 body

10 V trojúhelníku ABC s těžištěm T platí:
$\overrightarrow{AT} = (5; 1)$, $T[3; 4]$, $C[5; 2]$.

Vypočtěte souřadnice zbývajících vrcholů A, B trojúhelníku ABC.

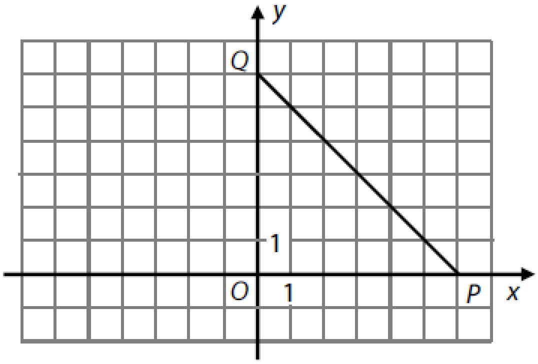
V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

9.3 MX_2018_19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Trojúhelník *OPQ* s těžištěm *T* má všechny vrcholy v mřížových bodech.

Bod *S* je střed kružnice opsané trojúhelníku *OPQ*.



(CZVV)

2 body

19 Jaká je vzdálenost bodů *S* a *T*?

A) 1

B) $\sqrt{2}$

C) 1,5

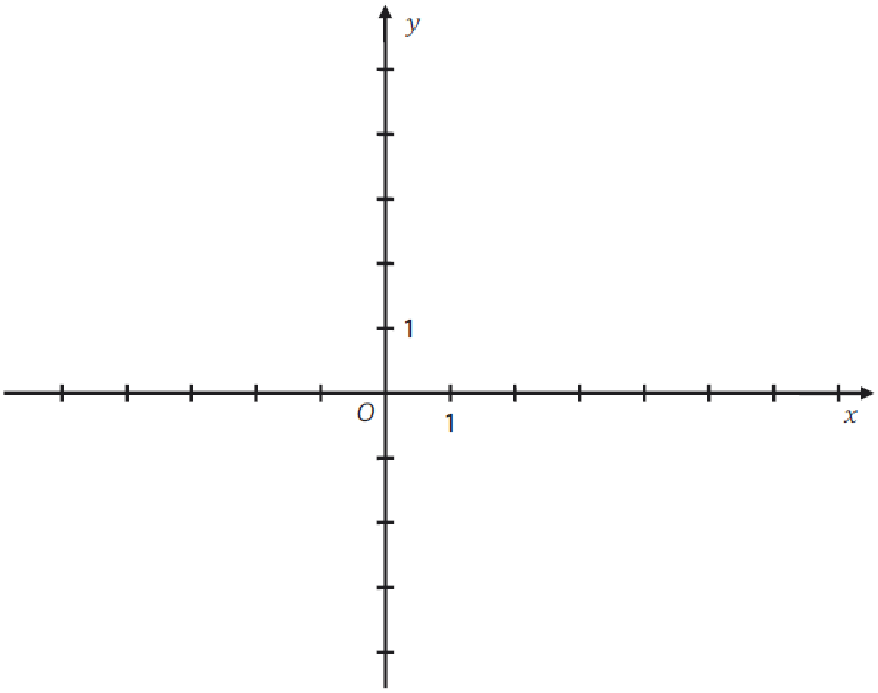
D) $\sqrt{3}$

E) jiná vzdálenost

9.4 MX_2019_23, trojúhelník

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Body $A[0; 5]$ a $C[1; -2]$ jsou vrcholy trojúhelníku ABC a bod $C_1[-2; 1]$ je střed strany AB.



(CZVV)

max. 3 body

23 **Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

		A	N
23.1	Těžiště T trojúhelníku ABC leží na některé ze souřadnicových os x, y.	☐	☐
23.2	Bod $A_1[-1; -2{,}5]$ je střed strany BC trojúhelníku ABC.	☐	☐
23.3	V trojúhelníku ABC je vnitřní úhel BCA tupý.	☐	☐

9.5 MX_2020_06, trojúhelník

max. 2 body

6 V trojúhelníku ABC jsou dány vrcholy $A[-6; 2]$, $B[0; 0]$.
Střed S kružnice k opsané trojúhelníku ABC leží na souřadnicové ose y.

Vypočtěte souřadnice středu S kružnice k.

9.6 MX_2020_19, povrch krychle (v prostoru)

2 body

19 Bod $A[0; 1; 2]$ je vrchol krychle $ABCDEFGH$.
Stěna $EFGH$ této krychle leží v rovině ϱ: $2x - 3y + z + 15 = 0$.

Jaký je povrch této krychle?

A) menší než 84

B) 84

C) 126

D) 192

E) větší než 192

9.7 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_01 (anal)

1 V rovnoběžníku $ABCD$ je dán střed souměrnosti $S[2; 0]$ a vektory $\vec{u} = B - A = (5; -1)$, $\vec{v} = D - A = (1; 3)$.

Který z uvedených bodů je vrcholem daného rovnoběžníku?

A) $A[-3; -1]$

B) $B[5; -1]$

C) $C[5; 1]$

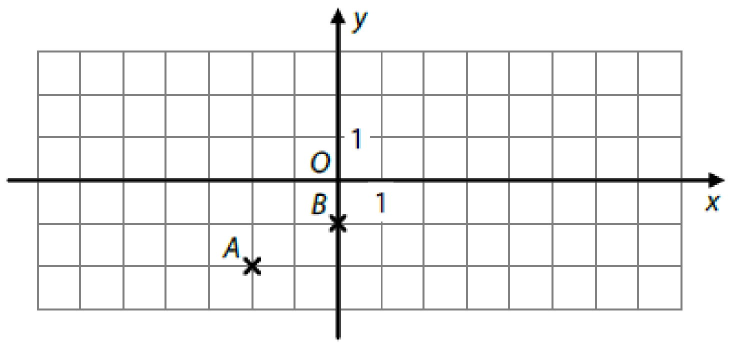
D) $D[-1; 1]$

E) žádný z uvedených

9.8 MX_2023J_11

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou dány body $A[-2; -2]$, $B[0; -1]$ a bod $C[c; 0]$ na souřadnicové ose x, kde $c \in \mathbf{R}$.



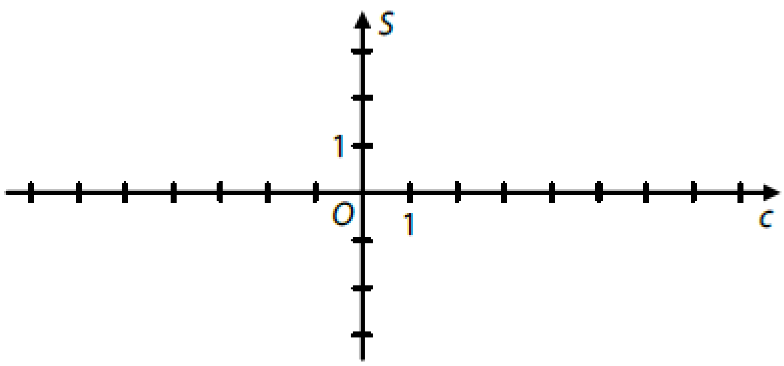
(CZVV)

max. 3 body

11

11.1 **Vypočtěte obsah** trojúhelníku ABC pro $c = 8$.

11.2 **Sestavte předpis** funkce, která vyjadřuje závislost obsahu S trojúhelníku ABC na souřadnici $c \in \mathbf{R}$ bodu C,
a **sestrojte graf** této funkce v uvedené soustavě souřadnic.



V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení** a obtáhněte graf **propisovací tužkou**.

9.9 MX_2024J_15

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou dány body $M[4; -1]$, $N[8; 5]$.
Bod Y leží na souřadnicové ose y a od obou bodů M, N má stejnou vzdálenost.

2 body

15 Jaký je obsah trojúhelníku MNY?

A) 26

B) $\sqrt{793}$

C) 29

D) $6\sqrt{26}$

E) jiný obsah

10 ANALYTICKÁ GEOMETRIE – KUŽELOSEČKY

10.1 MX_2014_ilustracni_test_12, elipsa

max. 3 body

12 Elipsa $\mathcal{E}$ je určena rovnicí $5x^2 + y^2 = 10x$.

Určete souřadnice středu S a výstřednost e elipsy $\mathcal{E}$.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

10.2 MX_2014_14, různé

max. 3 body

14 Přiřaďte ke každé rovnici (14.1–14.3) odpovídající množinu (A–E) bodů $X[x; y]$ v rovině.

14.1 $16 - 8x - y^2 = 0$ ______

14.2 $x^2 - y^2 + 16 = 0$ ______

14.3 $x^2 - 8x + 16 = 0$ ______

A) přímka

B) kružnice

C) parabola

D) hyperbola s hlavní osou totožnou se souřadnicovou osou x

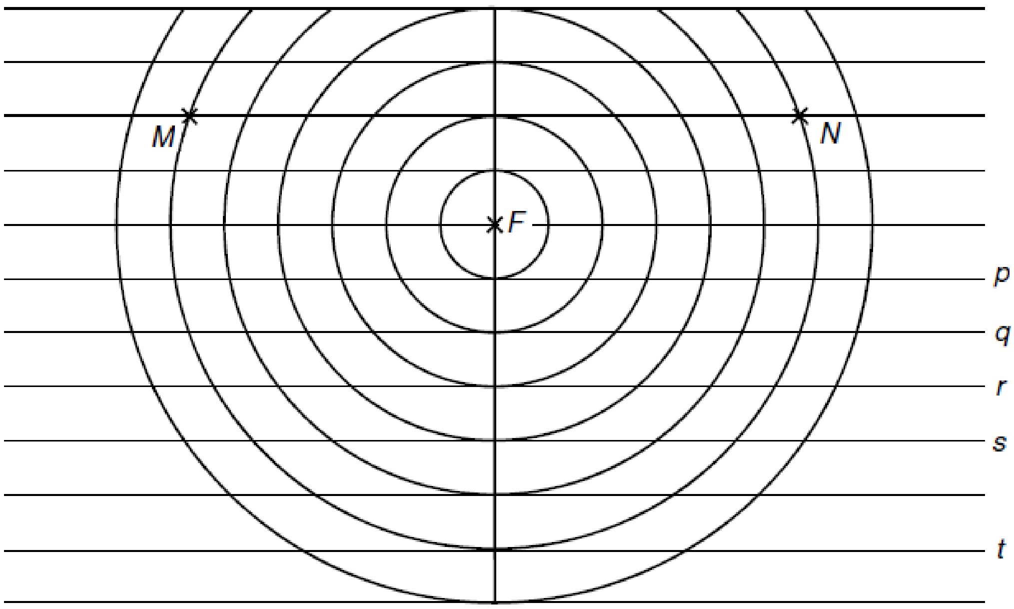
E) hyperbola s hlavní osou totožnou se souřadnicovou osou y

10.3 MX_2014_20, parabola s ohniskem

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Body M, N leží na parabole s ohniskem F.

Vrchol V paraboly leží na některé z přímek p, q, r, s, t.



Vzdálenost libovolných dvou sousedních rovnoběžek je 1 cm.

(CERMAT)

2 body

20 Na které z uvedených přímek leží vrchol V paraboly?

A) na přímce p

B) na přímce q

C) na přímce r

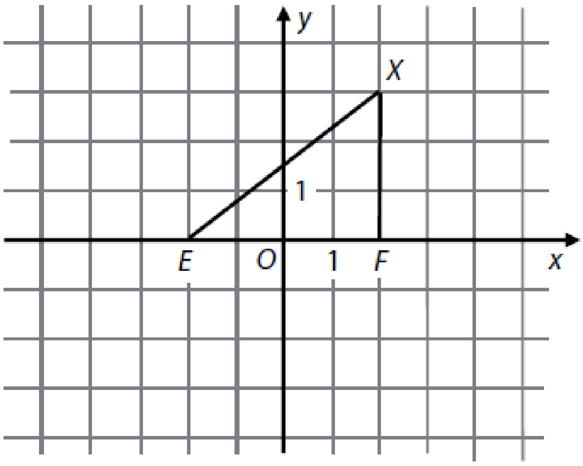
D) na přímce s

E) na přímce t

10.4 MX_2015_05

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

V soustavě souřadnic *Oxy* jsou umístěna obě ohniska *E, F* a bod *X* elipsy.



(CZVV)

max. 2 body

5 **Určete délky hlavní i vedlejší poloosy elipsy.**

10.5 MX_2016_09

1 bod

9 Každý bod paraboly $\mathcal{P}$ má stejnou vzdálenost od bodu $F[4; 2]$ a od souřadnicové osy x.

Zapište rovnici tečny t paraboly $\mathcal{P}$ v jejím vrcholu.

10.6 MX_2016_23, hyperbola

max. 3 body

23 Hyperbola je dána rovnicí $(x+4)^2 - y^2 = 16$.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
23.1	Hyperbola má se souřadnicovou osou y právě jeden společný bod.	☐	☐
23.2	Vzdálenost obou vrcholů hyperboly je 8.	☐	☐
23.3	Přímka p: $y = x$ má s hyperbolou právě jeden společný bod.	☐	☐

10.7 MX_2017_14, kružnice

max. 3 body

14 Je dán bod $A[4; 1]$ a dvě kružnice:

$k\colon (x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$

$l\colon\ (x-5)^2 + (y-3)^2 = 9$

Ke každé otázce (14.1–14.3) přiřaďte správnou odpověď (A–F).

14.1 Kolik společných bodů mají kružnice k a l? _____

14.2 Kolik společných tečen mají kružnice k a l? _____

14.3 Kolik tečen lze vést ke kružnici l z bodu A? _____

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

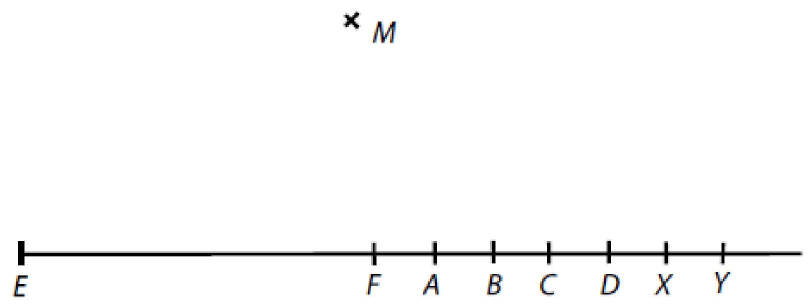
F) jiný počet

10.8 MX_2017_15, elipsa

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Na polopřímce *EF* leží body *A*, *B*, *C*, *D*, *X*, *Y* a mimo ni bod *M*.

Uvažujme elipsu s ohnisky *E*, *F*, která prochází bodem *M*.



(CZVV)

2 body

15 **Kde se nachází průsečík elipsy a polopřímky *EY*?**

Doporučení: Řešte v obrázku konstrukčně.

A) na úsečce *AB*

B) na úsečce *BC*

C) na úsečce *CD*

D) na úsečce *DX*

E) na polopřímce *XY*

10.9 MX_2018_17, elipsa

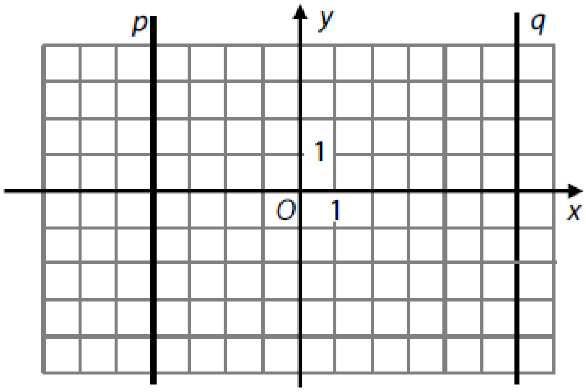
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 17

Pro elipsu platí:

– střed elipsy leží na souřadnicové ose x;

– přímky p, q se dotýkají elipsy v jejích hlavních vrcholech;

– délka hlavní poloosy je dva a půl násobkem délky vedlejší poloosy.



Přímky p, q jsou rovnoběžné se souřadnicovou osou y a procházejí mřížovými body.

(CZVV)

2 body

17 **Která z uvedených rovnic je rovnicí dané elipsy?**

A) $4x^2 + 25y^2 - 8x - 96 = 0$

B) $4x^2 + 25y^2 + 8x - 96 = 0$

C) $4x^2 + 25y^2 - 50y - 75 = 0$

D) $4x^2 + 25y^2 + 50y - 75 = 0$

E) žádná z uvedených rovnic

10.10 MX_2019_18, kružnice

2 body

18 Obrazem kružnice k: $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$ v osové souměrnosti s osou o je kružnice l: $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$.

Která z následujících rovnic je rovnice osy souměrnosti o?

A) $2x + y = 0$

B) $2x - y = 0$

C) $x + 2y = 0$

D) $x - 2y = 0$

E) žádná z uvedených

10.11 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_03, kružnice

3 Kružnice se středem $S[3; -4]$ prochází počátkem soustavy souřadnic.

Napište obecnou rovnici kružnice.

10.12 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_04, parabola, ohnisko

4 Řídicí přímka paraboly má rovnici $x = 2$. Ohniskem paraboly je bod $F[-4; 2]$.

Napište vrcholovou rovnici paraboly.

10.13 MX_2020J_18, parabola, ohnisko

2 body

18 Na parabole s ohniskem $F[0; 9]$ a řídicí přímkou $d: y = -9$ leží dva různé body A, B, jejichž druhá souřadnice je $y = 4$.

Jaká je vzdálenost bodů A, B?

A) menší než 18

B) 18

C) 20

D) 22

E) 24

10.14 MX_2021J_13, kuželosečky

max. 3 body

13 Přímka $p: y = x$ protíná kuželosečku v bodech M, N.

Přiřaďte ke každé kuželosečce (13.1–13.3) vzdálenost (A–F) bodů M, N.

13.1 Kružnice se středem $S[0; 0]$, která prochází bodem $A[-4; 2]$. _____

13.2 Elipsa daná rovnicí $x^2 + 4y^2 - 40 = 0$. _____

13.3 Parabola s vrcholem $V[0; -1{,}5]$ a ohniskem $F[0; -1]$. _____

A) $4\sqrt{2}$

B) $2\sqrt{10}$

C) 8

D) $4\sqrt{5}$

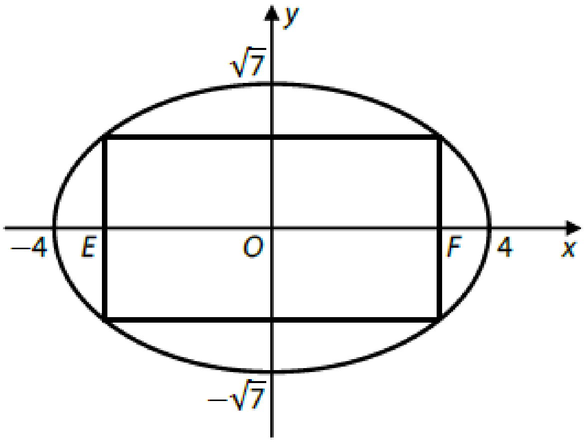
E) 16

F) jiná vzdálenost

10.15 MX_2021P_06, elipsa

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Elipsa má střed v počátku kartézské soustavy souřadnic *Oxy* a poloosy $a = 4$, $b = \sqrt{7}$.
Do elipsy je vepsán obdélník, jehož svislé strany procházejí ohnisky *E*, *F* elipsy.



(CZVV)

max. 2 body

6 Vypočtěte obsah vepsaného obdélníku.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

10.16 MX_2022J_13, elipsa

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Je dána rovnice s reálným parametrem p:

$x^2 + py^2 - 16y^2 - p = 0$

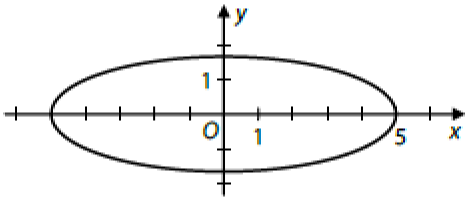
(CZVV)

max. 3 body

13 Každou z následujících množin bodů $X[x; y]$ (13.1–13.3) sestrojených v kartézské soustavě souřadnic Oxy lze popsat uvedenou rovnicí s konkrétní hodnotou parametru p.

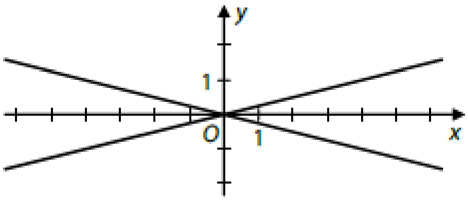
Přiřaďte ke každé množině (13.1–13.3) odpovídající hodnotu parametru p (A–F).

13.1



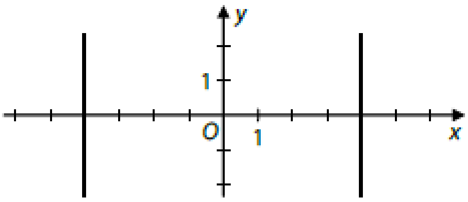
E

13.2



A

13.3



D

A) $p = 0$

B) $p = 4$

C) $p = 9$

D) $p = 16$

E) $p = 25$

F) jiná hodnota

10.17 MX_2023J_04, parabola, tečny

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Parabola má vrchol v počátku $O[0; 0]$ kartézské soustavy souřadnic Oxy a její osou je souřadnicová osa y.

Tečny vedené k této parabole z bodu $P[0; -1]$ jsou na sebe kolmé.

(CZVV)

max. 3 body

4 Sestavte

4.1 rovnice obou těchto tečen,

4.2 rovnici paraboly.

10.18 MX_2023J_05kružnice

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je dána kružnice k se středem S a poloměrem r.

$k: x^2 + y^2 - 2(x - 2y) = 0$

(CZVV)

max. 2 body

5

5.1 Určete souřadnice středu S.

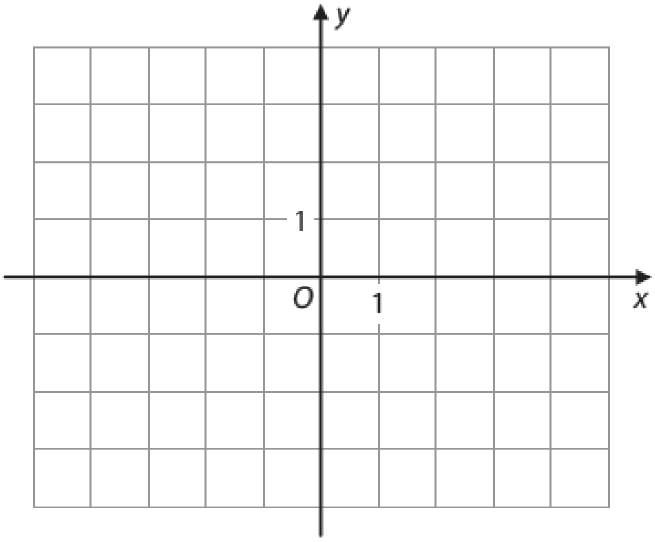
5.2 Vypočtěte poloměr r.

10.19 MX_2023P_06, elipsa, excentricita

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Elipsa má rovnici $x^2 - 2x - 15 + 4y^2 = 0$.

Tečny k elipse v jejích hlavních a vedlejších vrcholech vymezují obdélník *KLMN*.



(CZVV)

max. 3 body

6

6.1 Určete obě souřadnice středu $S[s_1; s_2]$ elipsy.

6.2 Vypočtěte excentricitu e elipsy.

6.3 V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* zakreslete obdélník *KLMN*.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

10.20 MX_2023P_09, kružnice

max. 2 body

9 Pro kružnici k a přímku p platí:

$k: x^2 + (y - 3)^2 = 25$
$p: y = x + 2$

Zapište souřadnice průsečíků *P*, *Q* **přímky** *p* **a kružnice** *k* (pokud existují).

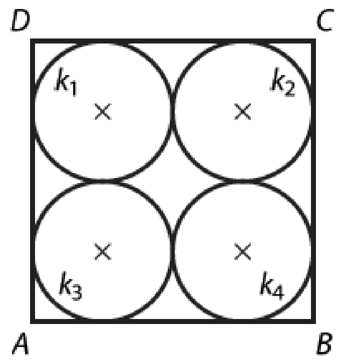
V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

10.21 MX_2024J_16, kružnice

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Ve čtverci *ABCD* jsou zakresleny čtyři shodné kružnice k_1–k_4 jako na obrázku. Každá kružnice se dotýká dvou stran čtverce a dvou kružnic.

Čtverec *ABCD* je umístěn v kartézské soustavě souřadnic *Oxy* tak, že platí: $B[5; -2]$, $D[-3; 6]$.



2 body

16 Jaká je rovnice kružnice k_1?

A) $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$

B) $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 1 = 0$

C) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$

D) $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 13 = 0$

E) $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 13 = 0$

10.22 MX_2024P_11, elipsa

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Jsou dány elipsa ε: $4x^2 + 9y^2 - 32x - 108y + 352 = 0$ a přímka p: $y = 5$. Dále je dán vektor posunutí elipsy ve směru osy y: $\vec{v} = (0, t)$, kde $t \in \mathbf{R}$.

max. 3 body

11 Určete, jakých všech hodnot může nabývat souřadnice *t* vektoru posunutí $\vec{v}$, aby přímka *p* neprotínala elipsu ε v žádném bodě.

Do záznamového archu uveďte celý **postup řešení.**

10.23 MX_2024P_12, kuželosečky

max. 3 body

12 Přiřaďte ke každé podúloze (12.1–12.3) odpověď (A–F), která jednoznačně vyplývá ze zadání.

12.1 Délka hlavní poloosy hyperboly je 2. Souřadnice *y* středu hyperboly je 6. Určete délku vedlejší poloosy hyperboly.

____

12.2 Určete, kolikrát je průměr první kružnice větší než průměr druhé kružnice, pokud obvod první kružnice je devětkrát větší než obvod druhé kružnice.

____

12.3 Bod $Q[-2; 6]$ je jedním z hlavních vrcholů elipsy. Jeden z jejích vedlejších vrcholů je totožný s počátkem soustavy souřadnic. Určete, kolikrát je třeba zmenšit délku hlavní poloosy elipsy, aby se z elipsy stala kružnice.

____

A) 2

B) 3

C) 4

D) 6

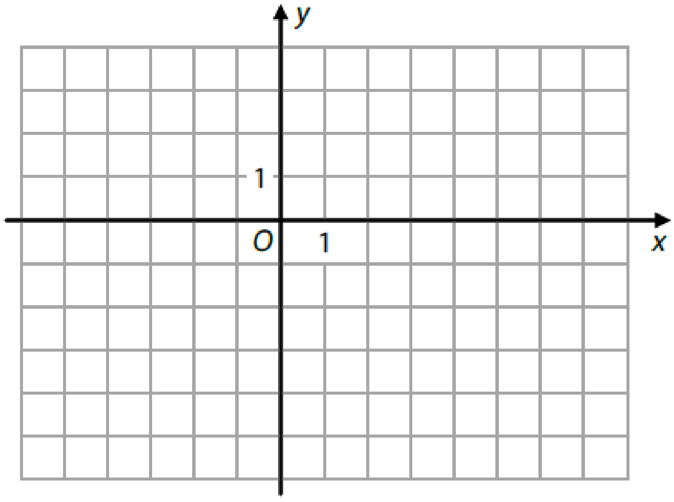
E) 9

F) K jednoznačnému určení chybí údaj.

10.24 MX_2025J_07, kružnice, tečna

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Kružnice m se středem $M[-4; 2]$ se v bodě $T[6; t_2]$ dotýká kružnice k se středem $K[2; -1]$. Bodem T prochází společná tečna t kružnic m a k.



(CZVV)

max. 2 body

7 Sestavte

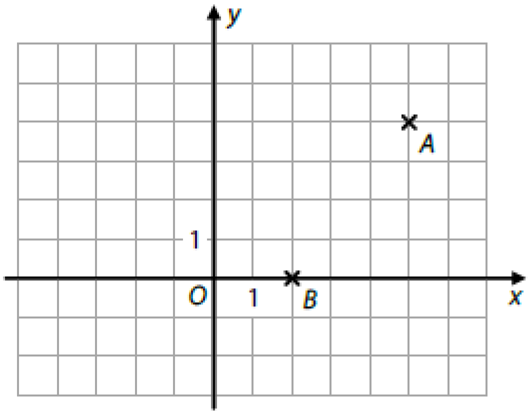
7.1 středovou rovnici kružnice k,

7.2 obecnou rovnici společné tečny t.

10.25 MX_2025J_12, kuželosečky

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* jsou dány body $A[5; 4]$ a $B[2; 0]$.



(CZVV)

max. 3 body

12 Každou z následujících množin lze zobrazit v kartézské soustavě souřadnic *Oxy*. (Všechny tyto množiny obsahují bod *A*.)

Přiřaďte ke každé množině (12.1–12.3) odpovídající geometrický útvar (A–F).

12.1 $\{M; |Mx| : |My| = 4 : 5\}$, _____
tj. množina všech bodů *M*, jejichž vzdálenost od souřadnicové osy *x* a vzdálenost od souřadnicové osy *y* jsou v poměru 4 : 5.

12.2 $\{M; |Mx| : |MB| = 4 : 5\}$, _____
tj. množina všech bodů *M*, jejichž vzdálenost od souřadnicové osy *x* a vzdálenost od daného bodu *B* jsou v poměru 4 : 5.

12.3 $\{M; |My| : |MB| = 1 : 1\}$, _____
tj. množina všech bodů *M*, jejichž vzdálenost od souřadnicové osy *y* a vzdálenost od daného bodu *B* jsou v poměru 1 : 1.

A) parabola s vrcholem $V[1; 0]$

B) parabola s vrcholem $V[2; -2]$

C) hyperbola se středem v bodě *B*

D) hyperbola se středem v počátku *O*

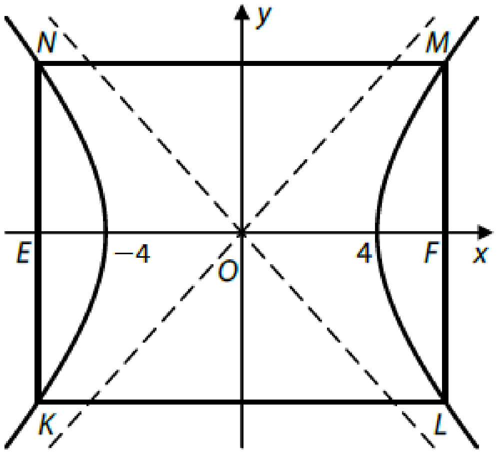
E) dvojice různoběžek, které procházejí bodem *B*, bez jejich průsečíku

F) dvojice různoběžek, které procházejí počátkem *O*, bez jejich průsečíku

10.26 MX_2025P_06, hyperbola, ohniska

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Na obrázku jsou v kartézské soustavě souřadnic *Oxy* zakresleny hyperbola a obdélník *KLMN*.
Hyperbola má střed v počátku soustavy souřadnic a poloosy $a = 4$, $b = 2\sqrt{5}$.
Všechny vrcholy obdélníku *KLMN* leží **na hyperbole** a jeho svislé strany *KN* a *LM* procházejí ohnisky *E*, *F* hyperboly.



(CZVV)

max. 2 body

6 Vypočtěte obvod obdélníku *KLMN*.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

10.27 MX_2026J_10

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* je dána elipsa se středem $S[0; 0]$
a vedlejšími vrcholy $C[0; 1]$, $D[0; -1]$.
Jednou z tečen této elipsy je přímka $t: y = x - 2$.

(CZVV)

max. 2 body

10 Sestavte rovnici elipsy.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

11 KOMPLEXNÍ ČÍSLA

11.1 MX_2014_ilustracni_test_22

2 body

22 Vzdálenost obrazů komplexních čísel z_1, z_2 v Gaussově rovině je 10.
Dále platí: $z_1 = -2$, $z_2 = 2 + b\mathrm{i}$, kde $b \in \mathbf{R}$, i je imaginární jednotka.

Který z následujících zápisů je správný?

A) $2 + b\mathrm{i} = 8$

B) $|4 + b\mathrm{i}| = 10$

C) $|4 + b| = 10$

D) $|4 - b| = 10$

E) $\sqrt{4 + b^2} = 8$

11.2 MX_2014_22

2 body

22 Vzdálenost obrazů komplexních čísel $z = a + b\mathrm{i}$ a $\bar{z} = a - b\mathrm{i}$ v Gaussově rovině je 8. Obě části a, b komplexního čísla z jsou kladné.
Dále platí $|z| = 8$.

Jaká je reálná část a komplexního čísla z?

A) $2\sqrt{3}$

B) $4\sqrt{3}$

C) $6\sqrt{3}$

D) $6\sqrt{2}$

E) $8\sqrt{2}$

11.3 MX_2015_23

max. 3 body

23 **Pro každé z následujících čísel $z \in \mathbf{C}$ (23.1–23.3) rozhodněte, je-li zápis $|z + 3\mathrm{i}| \leq 4$ pravdivý (A), či nikoli (N).**

		A	N
23.1	$z = -7\mathrm{i}$	☐	☐
23.2	$z = -4$	☐	☐
23.3	$z = 3 - 5\mathrm{i}$	☐	☐

11.4 MX_2016_17

17 U kterého výrazu platí, že jeho hodnota <u>nepatří</u> do oboru $\mathbb{R}$?

(Číslo i je imaginární jednotka.)

A) $(2 + \mathrm{i})(2 - \mathrm{i})$

B) $\pi \cdot \mathrm{i}^{16}$

C) $\left(\cos\frac{\pi}{2} + \mathrm{i} \cdot \sin\frac{\pi}{2}\right)^2$

D) $\left(\frac{1}{\mathrm{i} - 1}\right)^2$

E) $\mathrm{i} + \frac{1}{\mathrm{i}}$

11.5 MX_2017_10

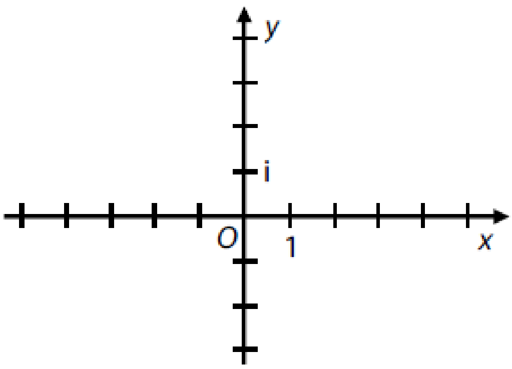
max. 2 body

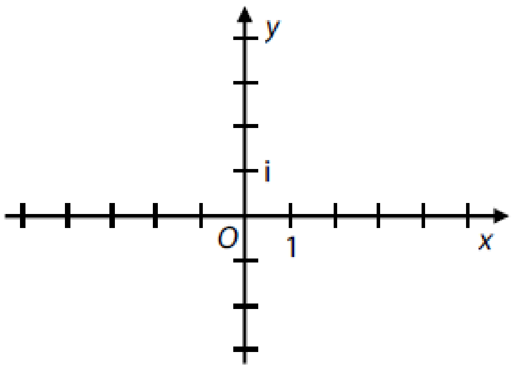
10 V Gaussově rovině zobrazte množinu všech komplexních čísel z, pro něž platí:

10.1 $|z| = |-3\mathrm{i}|$

10.2 $z + \bar{z} = -2$

(z a $\bar{z}$ jsou komplexní sdružená čísla)





V záznamovém archu obtáhněte množiny **propisovací tužkou.**

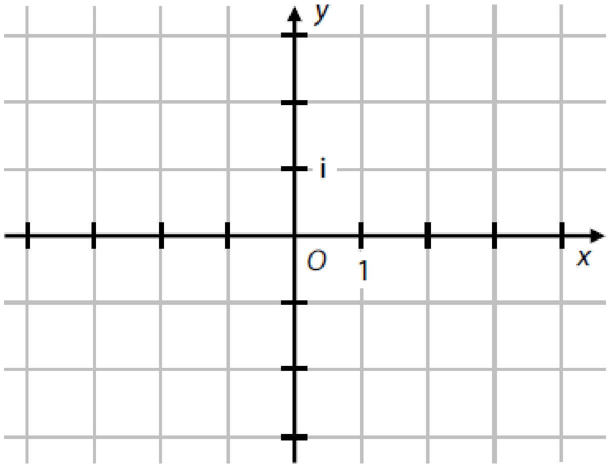
11.6 MX_2018_10

max. 2 body

10 V oboru C řešte rovnici:

$z^4 = (2i)^2$

Všechna řešení uveďte v algebraickém tvaru.

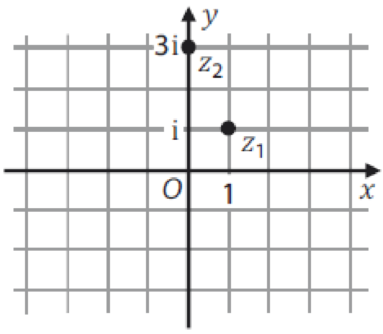


11.7 MX_2019_03

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

V Gaussově rovině jsou (v mřížových bodech) zobrazena komplexní čísla z_1 a z_2.

Platí: $z = z_1 \cdot z_2$.



(CZVV)

1 bod

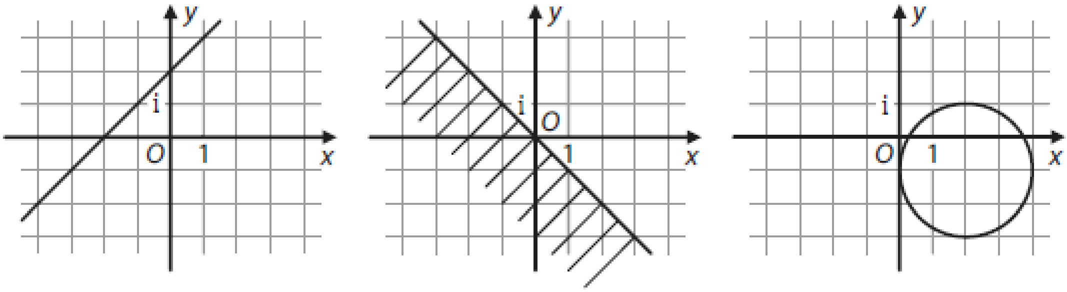
3 Zapište v goniometrickém tvaru číslo z, jehož argument φ je z intervalu $\langle 0; 2\pi)$.

11.8 MX_2020_23

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

V Gaussově rovině jsou zobrazeny tři množiny komplexních čísel z.

23.1 Přímka | 23.2 Polorovina | 23.3 Kružnice



(CZVV)

max. 3 body

23 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
23.1	Zobrazená přímka je určena rovnicí $\lvert z-1-\mathrm{i}\rvert = \lvert z-3+\mathrm{i}\rvert$.	☐	☐
23.2	Zobrazená polorovina je určena nerovnicí $\lvert z+1\rvert \leq \lvert z-\mathrm{i}\rvert$.	☐	☐
23.3	Zobrazená kružnice je určena rovnicí $\lvert 2\mathrm{i}\rvert = \lvert z-2+\mathrm{i}\rvert$.	☐	☐

11.9 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_04 (čís)

4 V Gaussově rovině zobrazte všechna komplexní čísla z, pro která je $\lvert z-\mathrm{i}\rvert = 2$.

11.10 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_05 (čís)

5 Který výsledek mocnění $\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}\right)^5$ je správný?

A) $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

B) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$

C) $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

D) $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

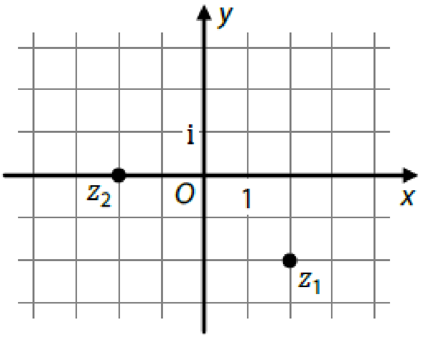
E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$

11.11 MX_2021J_03

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

V Gaussově rovině jsou (v mřížových bodech) zobrazena komplexní čísla z_1 a z_2.

Platí: $z = z_1 : z_2$.



(CZVV)

1 bod

3 **Zapište číslo z v goniometrickém tvaru tak, aby jeho argument φ byl z intervalu $\langle 0; 2\pi)$.**

11.12 MX_2023J_01

1 bod

1 **Vyjádřete v algebraickém tvaru komplexní číslo z, pro které platí:**

$$z = \frac{5\mathrm{i}}{2 + \mathrm{i}}$$

11.13 MX_2023P_04

1 bod

4 **Vypočtěte** (i je imaginární jednotka):

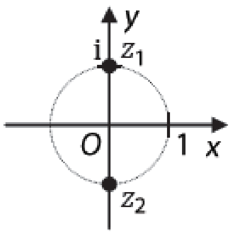
$$\frac{|3\mathrm{i}| + 7}{|3 - 4\mathrm{i}|} =$$

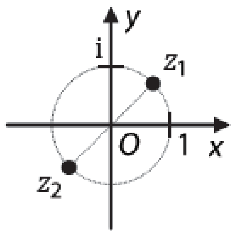
11.14 MX_2024J_18

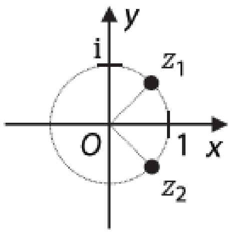
2 body

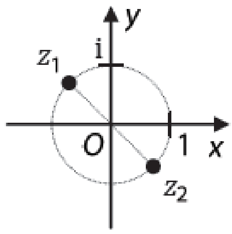
18 Na jednom z následujících obrázků (A–E) jsou v Gaussově rovině zakresleny obrazy komplexních čísel z_1, z_2, která jsou kořeny rovnice $z^2 = -\mathrm{i}$.

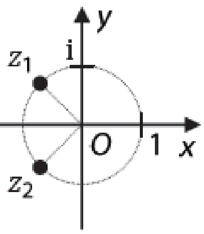
Na kterém obrázku jsou zakresleny obrazy obou kořenů?

A)


B)


C)


D)


E)


11.15 MX_2024P_20

2 body

20 Jsou dána komplexní čísla $z_1 = \frac{1}{4\mathrm{i}}$ a $z_2 = 2 \cdot \left[\left(\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) - \mathrm{i}\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)\right)\right]$.

Který z následujících číselných výrazů odpovídá absolutní hodnotě komplexního čísla $\frac{z_2}{z_1}$?

A) 8

B) 4

C) $\frac{\sqrt{3}+1}{16}$

D) $\frac{1}{4(\sqrt{3}+1)}$

E) $\frac{1}{8}$

11.16 MX_2025J_02

max. 2 body

2 Je dáno komplexní číslo z:

$$z = \frac{1}{2} \cdot \left(\cos\frac{4\pi}{9} + \mathrm{i} \cdot \sin\frac{4\pi}{9}\right)$$

Vypočtěte $\frac{1}{z^3}$ a výsledek uveďte v algebraickém tvaru.

11.17 MX_2026J_05

max. 2 body

5 Je dáno komplexní číslo $z = \sqrt{3} - \mathrm{i}$.
Najdeme **nejmenší** kladné celé číslo m, pro které je číslo z^m celé (tj. $z^m \in \mathbf{Z}$).

5.1 **Určete** číslo m.

5.2 **Vypočtěte** hodnotu z^m.

12 LINEÁRNÍ ROVNICE, PROCENTA, ZLOMKY, PŘEVODY

12.1 2017J_11, dvojí zlevnění

Obchod při výprodeji snížil původní cenu zboží o 40 %. Navíc svým věrným zákazníkům rozeslal SMS zprávu s nabídkou další 15 % slevy z ceny již zlevněného zboží.

Vypočtěte, o kolik procent se původní cena zboží snížila věrným zákazníkům, kteří využili i slevu nabízenou v SMS zprávě.

12.2 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_01

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

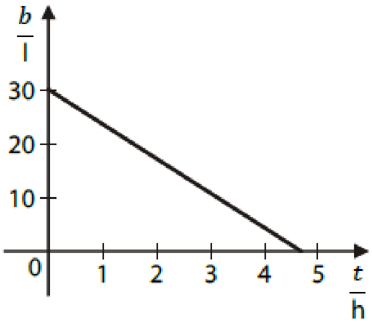
Automobil má na počátku jízdy 30 litrů benzinu v nádrži. Jede stálou rychlostí 80 km · h^{-1}. Při této rychlosti je průměrná spotřeba benzinu 8 litrů na 100 km.

Objem benzinu v nádrži b (v litrech) je lineární funkcí doby jízdy auta t (v hodinách).

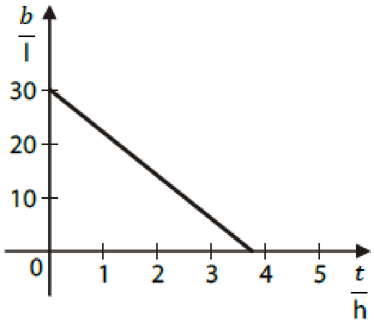
(CZVV)

1 Který z grafů by mohl znázorňovat tuto lineární funkci?

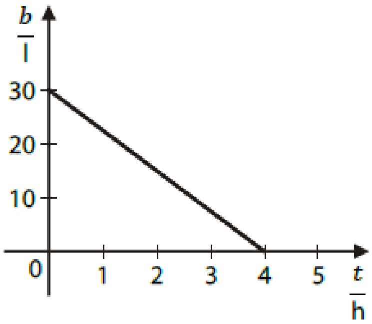
A)



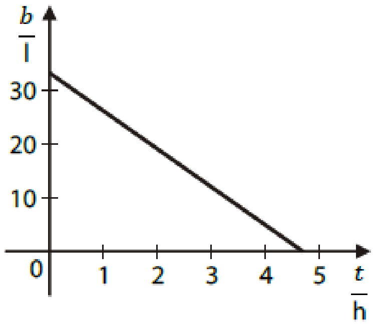
B)



C)



D)



E) žádný z uvedených grafů

12.3 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_02

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Teplota se měří v Celsiových nebo Fahrenheitových stupních. Hodnoty f naměřené ve Fahrenheitových stupních jsou lineární funkcí hodnot c naměřených v Celsiových stupních. Přitom naměřené hodnotě 8 °C odpovídá 46,4 °F a naměřené hodnotě 24 °C odpovídá 75,2 °F.

(CZVV)

2 Převeďte na Fahrenheitovy stupně naměřenou hodnotu 20 °C.

12.4 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_03

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Závislost hmotnosti m radioaktivní látky na čase t při její radioaktivní přeměně je dána vzorcem $m = m_0 \cdot 0{,}5^{\frac{t}{T}}$, kde m_0 značí počáteční hmotnost látky v čase $t = 0$ a T je tzv. poločas přeměny (doba, za kterou se m_0 zmenší na polovinu).

Poločas přeměny radionuklidu jodu $^{131}\mathrm{I}$ je 8 dní.

(CZVV)

3 Jaká je hmotnost zbylého radionuklidu za 5 dní, jestliže $m_0 = 0{,}1$ g?

A) 0,65 g

B) 65 mg

C) 6,5 mg

D) 0,65 mg

E) 0,065 mg

12.5 MX_2024J_04

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Propiska stála p korun, poté byla zlevněna o $2p$ procent ($p \in \mathbf{N}$), a nyní tak stojí 12 korun.

max. 2 body

4 Určete, kolik korun mohla propiska stát před zlevněním.

Najděte všechna řešení.

12.6 MX_2024J_05

max. 2 body

5 Je dána rovnice s neznámou x a parametrem $m \in \mathbf{R}$:

$$\frac{2x + m + 1}{x - 1} = m$$

Určete všechny hodnoty parametru m, pro něž má daná rovnice v oboru R právě jedno řešení.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

12.7 MX_2024P_14

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Pomocí vztahu pro výpočet hustoty tělesa $\rho = \frac{m}{V}$, kde m je hmotnost tělesa a V je jeho objem, lze odvodit vzorec pro výpočet poloměru r koule o hmotnosti $m_0 > 0$, jejíž hustota je rovna polovině rozdílu hustot $\rho_1 > 0$ a $\rho_2 > 0$ dvou koulí.

2 body

14 Která z následujících možností představuje vzorec popsaný ve výchozím textu?

A) $r = \dfrac{3m_0}{2\pi(\rho_1 - \rho_2)}$

B) $r = \dfrac{2\pi|\rho_1 - \rho_2|}{3m_0}$

C) $r = \sqrt[3]{\dfrac{2\pi(\rho_1 - \rho_2)}{3m_0}}$

D) $r = \sqrt[3]{\dfrac{3m_0}{2\pi|\rho_1 - \rho_2|}}$

E) $r = \sqrt[3]{\dfrac{2|\rho_1 - \rho_2|}{3\pi \cdot m_0}}$

13 MOCNINA A EXPONENCIÁLA

13.1 MX_2014_ilustracni_test_01

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 1–2

Je dán číselný výraz:

$16 \cdot 4^{99} \cdot 8^{101}$

(CERMAT)

1 bod

1 Výraz zapište jako mocninu čísla 2.

13.2 MX_2014_ilustracni_test_02

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 1–2

Je dán číselný výraz:

$16 \cdot 4^{99} \cdot 8^{101}$

(CERMAT)

2 **Výraz zapište jako mocninu přirozeného čísla s největším možným <u>prvočíselným</u> exponentem.**

13.3 MX_2017_17

2 body

17 Pro $n \in \mathbf{N}$ a $x, y \in \mathbf{R}\setminus\{0\}$ je dán výraz:

$V = (-1)^{2n+3} \cdot x^{4n-2} \cdot y^{6n+3}$

$V > 0$, **právě když platí:**

A) $x < 0$

B) $x > 0$

C) $y < 0$

D) $y > 0$

E) $x \cdot y < 0$

13.4 MX_2020_01

1 bod

1 **Pro** $a \in (0; +\infty)$ **a** $n \in \mathbf{N}$ **zjednodušte** (výraz nesmí obsahovat závorky)**:**

$\sqrt{(a^{4n})^9} =$

13.5 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_03(čís)

3 **Vypočtěte a výsledek zapište jako mocninu s racionálním exponentem:**

$$\frac{\left(15^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{1}{2}}\right)^{-3}}{\left(25^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{1}{8}}\right)^{-2}} : \frac{\sqrt{\sqrt[3]{9}}}{\sqrt[3]{3 \cdot \sqrt[4]{27}}}$$

13.6 MX_2021J_16

2 body

16 Je dáno číslo:

$$a = \frac{81^{121} - 3^{481}}{27^{60} \cdot 9^{10}}$$

Které tvrzení je pravdivé?

A) Číslo a není celé číslo.

B) Číslo a je liché.

C) Číslo a je násobkem třinácti.

D) Číslo a je větší než 81^{71}.

E) Číslo a je možné zapsat ve tvaru 3^k, kde $k \in \mathbf{N}$.

13.7 MX_2023J_12

max. 3 body

12 **Přiřaďte ke každému výrazu (12.1–12.3) výraz (A–F), který je mu roven pro všechna $a \in (0; +\infty)$.**

12.1 $a^3 \cdot \sqrt[3]{a^6}$ ______

12.2 $a^3 : \sqrt{a^{-3}}$ ______

12.3 $\sqrt{a^6} : \sqrt{\sqrt[3]{a^4}}$ ______

A) a^5

B) $a^4 \cdot \sqrt{a}$

C) a^4

D) $a^2 \cdot \sqrt[3]{a}$

E) a^2

F) žádný z uvedených

13.8 MX_2026J_01

1 bod

1 Pro každé $a \in (0; +\infty)$ platí:

$$a^k = \frac{\sqrt{a^{-2} \cdot \sqrt[3]{a}}}{\sqrt[12]{a^5}}$$

Určete racionální číslo k.

14 LOGARITMY

14.1 MX_2014_ilustracni_test_15

2 body

15 Je dána rovnice:

$$\log 4 + \log 16 + \log 64 + \ \dots\ + \log 4^{19} = 20 \log x$$

Řešením rovnice v oboru R je:

A) $x = 2^{19}$

B) $x = 4^{19}$

C) $x = 19^4$

D) $x = \frac{4^{19}}{20}$

E) $x = \frac{2^{20}}{19}$

14.2 MX_2014_05

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 5–6

Je dán výraz:

$$\frac{\log(x^2 + 0{,}75)^2}{\log(x^2 + 0{,}75)}$$

(CERMAT)

1 bod

5 **Určete všechny hodnoty $x \in \mathrm{R}$, pro něž má výraz smysl.**

14.3 MX_2014_06

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 5–6

Je dán výraz:

$$\frac{\log(x^2 + 0{,}75)^2}{\log(x^2 + 0{,}75)}$$

(CERMAT)

1 bod

6 **Daný výraz zjednodušte.**

14.4 MX_2015_13

max. 3 body

13 **Rovnice (13.1–13.3) řešte v oboru R a každé z nich přiřaďte pravdivé tvrzení z nabídky A–E.**

13.1 $\log(x-2) = \log(2-x)$ ______

13.2 $\log(1-x) + \log(-x) = \log(4-x)$ ______

13.3 $\log(x+2) = 0$ ______

A) Rovnice nemá řešení.

B) Rovnice má právě jedno řešení, kořen je -2.

C) Rovnice má právě jedno řešení, kořen je 2.

D) Rovnice má právě jedno řešení, kořen není -2 ani 2.

E) Rovnice má právě dvě různá řešení.

14.5 MX_2017_05

max. 2 body

5 **V oboru R řešte:**

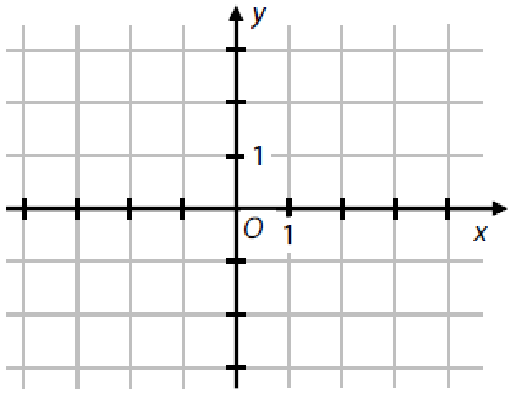
$$\log_3 x + \log_3 \frac{x}{3} = \log_{\sqrt{3}} 3 + 1$$

14.6 MX_2018_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Je dána rovnost:

$$\log(y+1) = 2\log(x+1) - \log\frac{x+1}{2}$$



(CZVV)

max. 2 body

7

7.1 Z rovnosti vyjádřete v co nejjednodušším tvaru proměnnou y tak, aby zápis neobsahoval logaritmy.

7.2 Znázorněte graficky množinu všech bodů $X[x;\ y]$, jejichž souřadnice vyhovují dané rovnosti. Nezapomeňte zohlednit podmínky.

V záznamovém archu obtáhněte graf **propisovací tužkou**.

14.7 MX_2020_02

1 bod

2 Je dán výraz:

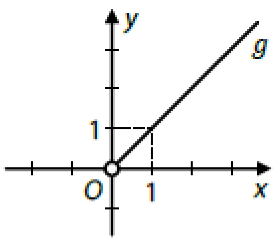
$$\frac{\log_3 9^x}{\log_3(x-9)}$$

Určete všechny hodnoty $x \in \mathbb{R}$, pro něž má výraz smysl.

14.8 MX_2021J_18

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Polopřímka bez počátečního bodu zakreslená v kartézské soustavě souřadnic *Oxy* je grafem funkce g.



(CZVV)

2 body

18 Každá z pěti funkcí h_1–h_5 je definována pro všechna $x \in \mathbf{R}$, pro která má smysl výraz na pravé straně jejího předpisu.

Která z funkcí h_1–h_5 má stejný graf jako funkce g?

A) $h_1\colon y = \dfrac{\log_5 x^2}{\log_5 x}$

B) $h_2\colon y = \dfrac{2x \cdot \log_5 x}{\log_5 x^2}$

C) $h_3\colon y = 5^{\log_5 x}$

D) $h_4\colon y = \log_5 5^x$

E) $h_5\colon y = \dfrac{(\log_5 5^x)^2}{x}$

14.9 MX_2022J_17

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Jsou dány rovnice:

I. $2^{1-x} = -2$

II. $\log_{0,5}(2 - x) = -2$

III. $\log_2(2 - x) = \log_2(x - 5)$

(CZVV)

2 body

17 **Která z uvedených rovnic <u>nemá</u> v oboru R řešení?**

A) pouze I.

B) pouze II.

C) pouze I. a II.

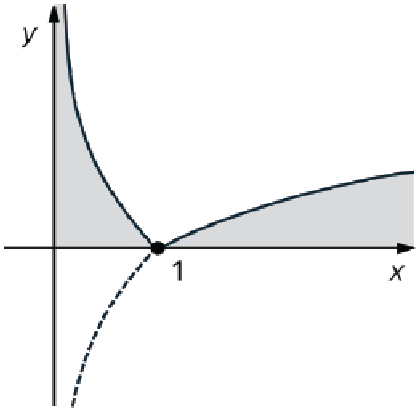
D) pouze I. a III.

E) I., II. a III.

14.10 MX_2024P_17

2 body

17 Která z níže uvedených možností popisuje šedou plochu ohraničenou křivkou (graf funkce) a souřadnicovými osami *x* a *y* v prvním kvadrantu?
(Obrázek je pouze ilustrační. Předpokládejte, že osy, křivka i šedá plocha pokračují do nekonečna.)



A) $0 \le y < \log_5 x$ pro $x \in (0, +\infty)$

B) $0 \le y \le |\log_5 x|$ pro $x \in (0, +\infty)$

C) $0 \le y \le |e^{-5x} - 1|$ pro $x \in (0, +\infty)$

D) $0 \le y \le e^{-5x}$ pro $x \in (0, 1\rangle$ $\wedge$ $0 \le y \le \log_5 x$ pro $x \in (1, +\infty)$

E) $0 \le y \le x^{-5}$ pro $x \in (0, 1\rangle$ $\wedge$ $0 \le y \le \log_5 x$ pro $x \in (1, +\infty)$

14.11 MX_2025J_10

max. 3 body

10 Je dána rovnice:

$$\frac{-1 + 2 \cdot \log_{16} x}{\log_{16}(x - 3)} = 1$$

10.1 Určete množinu všech $x \in \mathbf{R}$, pro která má daná rovnice smysl.

10.2 V oboru **R** rovnici vyřešte.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

14.12 MX_2025P_22

max. 3 body

22 **Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (22.1–22.3), zda je pravdivé (A) pro všechna $x \in$ R, či nikoli (N).**

A N

22.1

$\log_3 \sqrt{5} = x \quad \Leftrightarrow \quad 9^x = 5$

☐ ☐

22.2

$\sqrt{9x^2} = 5 \quad \Leftrightarrow \quad 3x = 5$

☐ ☐

22.3

$x^2 \cdot (x^2 + 9) = 5 \cdot (x^2 + 9) \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = 5$

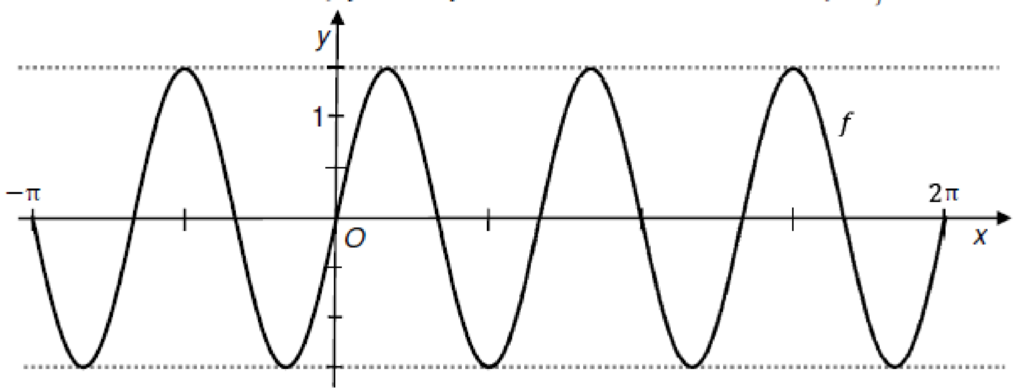
☐ ☐

15 GONIOMETRIE

15.1 MX_2014_ilustracni_test_06

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 6

V soustavě souřadnic Oxy je sestrojen graf goniometrické funkce f ($D_f = \mathbf{R}$).



(CERMAT)

max. 2 body

6 **Zapište předpis funkce f.**

15.2 MX_2014_13

max. 3 body

13 Přiřaďte každé nerovnici (13.1–13.3) její řešení (A–E) v oboru R.

13.1 $\cos x \neq 0$ ______

13.2 $\cos x < 0$ ______

13.3 $\cos x < 1$ ______

A) $\bigcup_{k \in \mathbf{Z}} \left(2k\pi\,;2\pi + 2k\pi\right)$

B) $\bigcup_{k \in \mathbf{Z}} \left(\mathrm{k}\pi\,;\pi + k\pi\right)$

C) $\bigcup_{k \in \mathbf{Z}} \left(-\frac{1}{2}\pi + 2k\pi;\frac{3}{2}\pi + 2k\pi\right)$

D) $\bigcup_{k \in \mathbf{Z}} \left(-\frac{1}{2}\pi + k\pi;\frac{1}{2}\pi + k\pi\right)$

E) $\bigcup_{k \in \mathbf{Z}} \left(\frac{1}{2}\pi + 2k\pi;\ \frac{3}{2}\pi + 2k\pi\right)$

15.3 MX_2015_16

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Jsou dány dvě rovnice:

I. $\operatorname{tg} 3x = 0$

II. $\operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}$

Množinu všech řešení první rovnice v intervalu $\langle 0;\ 2\pi)$ označme K_{I}, množinu všech řešení druhé rovnice v intervalu $\langle 0;\ 2\pi)$ označme K_{II}.

(CZVV)

2 body

16 **Kolik prvků obsahuje průnik $\mathrm{K}_{\mathrm{I}} \cap \mathrm{K}_{\mathrm{II}}$?**

(Tj. počet společných kořenů obou rovnic v intervalu $\langle 0;\ 2\pi)$.)

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) jiný počet

15.4 MX_2017_19

2 body

19 **Kolik řešení má rovnice $\operatorname{tg} 2x = 0$ v oboru $\langle 0;\ 2\pi)$?**

A) 0

B) 1

C) 2

D) 4

E) 5

15.5 MX_2018_14

max. 3 body

14 **Pro $x \in \mathrm{R}$ přiřaďte každému výrazu (14.1–14.3) ekvivalentní vyjádření (A–F).**

14.1 $\cos^2(-x) + \sin^2(-x)$ ______

14.2 $[\cos(-x) + \sin(-x)]^2$ ______

14.3 $1 - \cos 2x$ ______

A) $2\sin^2 x$

B) $2\cos^2 x$

C) $1 - \sin 2x$

D) -1

E) $1 + \sin 2x$

F) 1

15.6 MX_2019_07

max. 2 body

7 **Pro $\alpha \in \langle 0; 2\pi)$ řešte:**

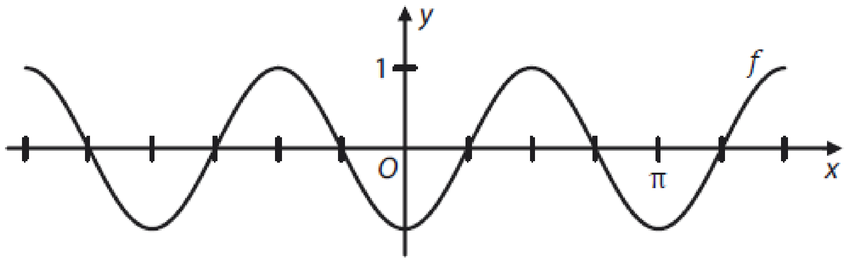
$\sin 2\alpha - 3\cos\alpha = 0$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

15.7 MX_2020_15

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 15

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* je sestrojen graf goniometrické funkce f definované pro všechna $x \in \mathbf{R}$.



(CZVV)

2 body

15 Která z rovností <u>není</u> předpisem funkce f?

A) $y = -\cos 2x$

B) $y = -\cos(-2x)$

C) $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$

D) $y = \sin^2 x - \cos^2 x$

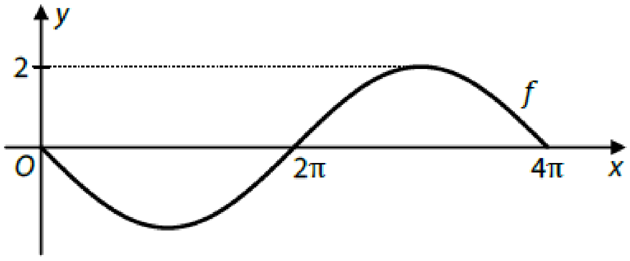
E) Všechny uvedené rovnosti (A–D) jsou předpisy téže funkce f.

15.8 MX_2021J_17

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 17

Funkce f s proměnnou $x \in \langle 0; 4\pi \rangle$ má předpis ve tvaru $y = a \cdot \sin(bx)$, kde $a, b \in \mathbf{R}$.

Funkce f je určena následujícím grafem.



(CZVV)

2 body

17 Která z množin je množinou všech $x \in \langle 0; 4\pi \rangle$, pro něž platí $f(x) > -1$?

A) $\left\langle 0; \frac{\pi}{6} \right) \cup \left(\frac{5\pi}{6}; 4\pi \right\rangle$

B) $\left\langle 0; \frac{\pi}{3} \right) \cup \left(\frac{5\pi}{3}; 4\pi \right\rangle$

C) $\langle 0; \pi) \cup (\pi; 4\pi \rangle$

D) $\left\langle 0; \frac{7\pi}{3} \right) \cup \left(\frac{11\pi}{3}; 4\pi \right\rangle$

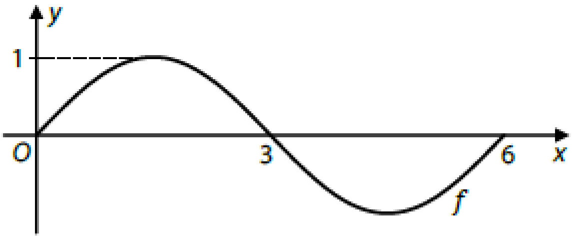
E) $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right)$

15.9 MX_2021P_21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Funkce f s proměnnou $x \in \mathbf{R}$ má předpis ve tvaru $f: y = \sin ax$, kde $a \in \mathbf{R}$.

Funkce f je určena následujícím grafem.



(CZVV)

2 body

21 Jaký je předpis funkce f?

A) $f: y = \sin x$

B) $f: y = \sin \frac{x}{3}$

C) $f: y = \sin \frac{x}{3\pi}$

D) $f: y = \sin \frac{3x}{\pi}$

E) $f: y = \sin \frac{\pi x}{3}$

15.10 MX_2022J_11

max. 3 body

11 Řešte v oboru R:

$$\frac{\cos 2x}{\cos x} = \operatorname{tg} x$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

15.11 MX_2023P_13

max. 3 body

13 **Ke každé rovnici (13.1–13.3) řešené v intervalu** $\langle 0; 2\pi)$ **přiřaďte množinu (A–F), která obsahuje všechna řešení této rovnice.**

13.1 $2\sin x = -1$ ______

13.2 $2\cos^2 x + 5\cos x = 0$ ______

13.3 $\cos^2 x = 1$ ______

A) $\langle 0; \pi)$

B) $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$

C) $\langle \pi; 2\pi)$

D) $\left\langle 0; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left\langle \pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

E) $\left\langle 0; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

F) $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

15.12 MX_2024P_06

max. 2 body

6 Řešte soustavu rovnic pro neznámé $a, b \in \mathbf{R}$ a $\alpha = 60°$.

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = b + \sqrt{a}$$

$$\frac{\alpha}{180°} = \frac{3}{4}b^2$$

Do záznamového archu uveďte celý **postup řešení**.

15.13 MX_2024P_18

2 body

18 **Se kterým z následujících výrazů je pro $x, y \in R \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z\right\}$ ekvivalentní výraz** $\frac{\sin(x+y)+\sin(x-y)}{2\cos x \cos y} \cdot \frac{\sin 2x}{2\cos^2 x}$ **?**

A) 0

B) $\frac{\sin y}{\cos^2 x}$

C) $\mathrm{tg}\,x$

D) $\mathrm{tg}\,x \cdot \mathrm{tg}\,y$

E) $\mathrm{tg}^2 x$

15.14 MX_2025J_15

15 Je dán výraz:

$$\frac{\mathrm{cotg}\,4x}{\sqrt{1-\sin^2 4x}}$$

Která množina je definičním oborem daného výrazu?

A) $\mathbf{R} \setminus \left\{k \cdot \frac{\pi}{8}; k \in \mathbf{Z}\right\}$

B) $\mathbf{R} \setminus \left\{k \cdot \frac{\pi}{4}; k \in \mathbf{Z}\right\}$

C) $\mathbf{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbf{Z}\right\}$

D) $\mathbf{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2}; k \in \mathbf{Z}\right\}$

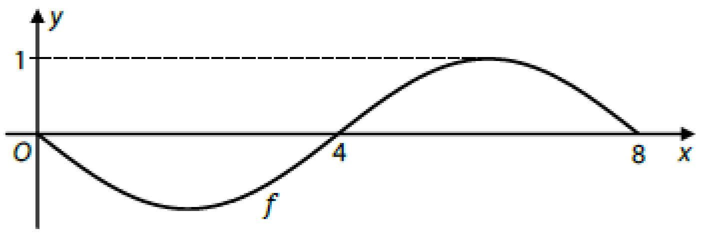
E) $\mathbf{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{8} + k \cdot \frac{\pi}{4}; k \in \mathbf{Z}\right\}$

15.15 MX_2025P_21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Funkce f s proměnnou $x \in \mathbf{R}$ má předpis ve tvaru $f: y = \sin ax$, kde $a \in \mathbf{R}$.

Funkce f je určena následujícím grafem zakresleným v kartézské soustavě souřadnic *Oxy*.



(CZVV)

2 body

21 Jaká je hodnota a?

A) $a = \frac{\pi}{4}$

B) $a = \frac{4}{\pi}$

C) $a = -\frac{1}{4\pi}$

D) $a = -\frac{4}{\pi}$

E) $a = -\frac{\pi}{4}$

15.16 MX_2026J_13

max. 3 body

13 Přiřaďte ke každé rovnici (13.1–13.3) množinu všech jejích řešení (A–F) v oboru R.

13.1 $\operatorname{cotg} 2x = 0$ _____

13.2 $\cos 4x = 1$ _____

13.3 $\sin^2 4x = 0$ _____

A) $\left\{k \cdot \frac{\pi}{2}; k \in \mathbf{Z}\right\}$

B) $\left\{\frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2}; k \in \mathbf{Z}\right\}$

C) $\left\{\frac{\pi}{4} + k \cdot \pi; k \in \mathbf{Z}\right\}$

D) $\left\{\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi; k \in \mathbf{Z}\right\}$

E) $\left\{k \cdot \frac{\pi}{4}; k \in \mathbf{Z}\right\}$

F) žádná z uvedených množin

15.17 Příklady pro vzorce a rovnice z www.realisticky.cz

Jsou to příklady z http://www.realisticky.cz/.

Př. 1: Uprav na součin výrazy.

a) $\sin 2x + \sin 4x$ b) $\cos 5a + \cos 3a$

c) $\sin 3x - \sin(x + \pi)$ d) $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$

Př. 2: Urči definiční obor výrazu $\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$ a pak jej zjednoduš využitím vzorců pro součet goniometrických funkcí.

Př. 3: Vypočti.

a) $\sin 105° - \sin 15°$ b) $\frac{\cos 70° - \cos 10°}{\sin 70° + \sin 10°}$

Př. 4: Vyřeš rovnici $\sin 5x = \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$.

Př. 5: Vyřeš rovnici $\sin 5x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

Př. 6: Vyřeš rovnici $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$.

Př. 1: Urči, kdy je definovaná rovnost $\frac{\cos x}{1+\sin x}=\frac{1+\sin(-x)}{\cos(-x)}$, a pak ji dokaž.

Př. 2: Urči definiční obory následujících rovností a dokaž je.

a) $\sin x\cdot\operatorname{tg}x\cdot\cos x=1-\cos^2 x$ b) $\sin^4 x-\cos^4 x=1-2\cos^2 x$

c) $2\sin x\cos x+\operatorname{tg}x\operatorname{cotg}x=\left(\frac{\sin x}{\operatorname{tg}x}+\frac{\cos x}{\operatorname{cotg}x}\right)^2$

Př. 3: Urči definiční obor výrazu a poté ho zjednoduš.

a) $\frac{\sin^2 x}{1-\cos x}$ b) $\frac{\sin x+\cos x}{1+\operatorname{tg}x}$ c) $\frac{\operatorname{tg}x}{\cos x\left(\operatorname{tg}^2 x+1\right)}$

d) $\sin^2 x\cdot\cos^2 x\cdot\left(\operatorname{tg}^2 x+\operatorname{cotg}^2 x\right)+2\sin^2 x\cdot\cos^2 x$

Př. 1: Vyřeš rovnici $2\cos^2 x+3\sin x=0$.

Př. 2: Vyřeš rovnici $4\sin^2 x-\operatorname{tg}^2 x=1$.

Př. 3: Vyřeš rovnici $2\cos^2 3x-\sin 3x-1=0$.

Př. 4: Vyřeš rovnici $\sin^2 x=\sqrt{3}\sin x\cos x$.

Př. 5: Vyřeš rovnici $3\cos^2 x=\sin^2 x$.

Př. 6: Vyřeš rovnici $\sin^2 x-2\cos^2 x+\sin x\cos x=0$.

Př. 7: Vyřeš rovnici $\cos x+\sqrt{3}\sin x=1$.

Př. 3: Dokaž platnost vztahu $\sin x=\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$.

Př. 4: Zjednoduš výraz: $\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)-\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$.

Př. 5: Dokaž rovnost: $\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin x+\cos x$.

Př. 6: Dokaž rovnost: $\sin x=\sin(\pi-x)=-\sin(\pi+x)=-\sin(2\pi-x)$

Př. 1: Urči definiční obor výrazů a zjednoduš je.

a) $(\sin x+\cos x)^2-\sin 2x$ b) $\dfrac{\sin 2x+2\cos^2 x\sin x}{2\cos x+\cos 2x+1}$

Př. 2: Vyřeš rovnici $\sin x-\sin 2x=0$.

Př. 3: Vyřeš rovnici $\sin x\cos x=\frac{1}{4}$.

Př. 4: Vyřeš rovnici $\cos 2x+\cos x=0$.

Př. 5: Vyřeš rovnici $\sin 6x+2\cos^2 3x=0$.

Př. 6: Vyřeš rovnici $\mathrm{tg}\, x+\mathrm{cotg}\, x=4\cos 2x$.

Př. 7: Vyřeš nerovnici $4\sin 2x\cos 2x>1$.

Př. 8: Vyřeš nerovnici $\cos^2 x-\sin^2 x\leq\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Př. 9: Nakresli graf funkce $y=\sin x\cos x$.

16 SLOŽITĚJŠÍ ROVNICE A NEROVNICE a NULOVÉ BODY

16.1 MX_2014_ilustracni_test_13

max. 3 body

13 Přiřaďte každé rovnici či nerovnici (13.1–13.3) její řešení (A–E) v oboru R.

13.1 $|x-3|\leq 0$ ______

13.2 $|3-x|+|3+x|\leq 0$ ______

13.3 $|x-3|-|x+3|=0$ ______

A) $\langle -3;\ 3\rangle$

B) $\langle -3;\ 0\rangle$

C) $\{3\}$

D) $\emptyset$

E) jiné řešení

16.2 MX_2014_01

1 bod

1 **Určete nejmenší přirozené číslo n, pro které je kladný výraz:**

$$\frac{n}{90}-\frac{40}{n}$$

16.3 MX_2015_14

max. 3 body

14 **Přiřaďte každé nerovnici (14.1–14.3) její řešení (A–E) v oboru R.**

14.1 $\frac{2}{1-x}>0$ ______

14.2 $\frac{2x}{1-x}>0$ ______

14.3 $\frac{2x}{1-x}>-1$ ______

A) $(0;1)$

B) $(-1;1)$

C) $(-\infty;1)$

D) $(0;\ \infty)$

E) jiné řešení

16.4 MX_2017_13

max. 3 body

13 **Přiřaďte ke každé rovnici či nerovnici (13.1–13.3) množinu všech jejích řešení (A– F) v oboru R.**

13.1 $\dfrac{3-x}{9-x^2} \geq 0$ ______

13.2 $\sqrt{9x-27} = 3 \cdot \sqrt{x-3}$ ______

13.3 $125 \leq 0{,}2^{x-6}$ ______

A) $\langle 3; +\infty)$

B) $(3; +\infty)$

C) $(-\infty; 3\rangle$

D) $(-\infty; 3)$

E) $(-3; 3) \cup (3; +\infty)$

F) jiná množina

16.5 MX_2018_06

max. 2 body

6 **V oboru R řešte:**

$$\frac{x(x-3)}{x^3+9x} < 0$$

16.6 MX_2019_13

max. 3 body

13 **Přiřaďte každé nerovnici (13.1–13.3) množinu všech jejích řešení (A–F) v oboru R.**

13.1 $\dfrac{x-1}{x} < 1$ ______

13.2 $2 \cdot 4^{2-x} - \log_4 16 < 0$ ______

13.3 $\log_{0,5}(x-1) > 0$ ______

A) $(-\infty; 0)$

B) $(-\infty; 2)$

C) $(1; 2)$

D) $(2; +\infty)$

E) $(0; +\infty)$

F) jiná množina

16.7 MX_2020_09

max. 2 body

9 Graf kvadratické funkce f se dotýká souřadnicové osy x v bodě T.
V předpisu funkce $f\colon y = x^2 + (p+2)x + 0{,}25p^2$ je neznámé reálné číslo p.

Určete

9.1 neznámé číslo p,

9.2 souřadnice bodu dotyku T.

16.8 MX_2020_13

max. 3 body

13 **Přiřaďte ke každé nerovnici (13.1–13.3) množinu všech jejích řešení (A–F) v oboru R.**

13.1 $\frac{|3-x|}{|x-3|} > \frac{x}{3}$ ______

13.2 $\frac{\sqrt{x+3}}{9-x^2} > 0$ ______

13.3 $\frac{9-x^2}{9+x^2} > 1$ ______

A) $\emptyset$

B) $(-\infty; 3)$

C) $(-3; 3)$

D) $(-3; +\infty)$

E) $(3; +\infty)$

F) jiná množina

16.9 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_02 (Nerovnice)

2 **V oboru R řešte:**

$$\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-1}{x-5} = 4$$

16.10 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_03 (Nerovnice)

3 **V oboru R řešte:**

$$x^2 + 4x - 8 < |x+2|$$

16.11 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_04 (Nerovnice)

4 Kvadratická rovnice $x^2 - 2x \cdot (1+m) + 3m + 7 = 0$ s neznámou $x \in \mathbf{C}$ má reálný parametr m.

Pro které hodnoty parametru $m \in$ R má rovnice imaginární kořeny?

A) $m \in \langle -2; 3 \rangle$

B) $m \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$

C) $m \in \{-2; 3\}$

D) $m \in (-2; 3)$

E) $m \in (-3; 2)$

16.12 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_04 (Funkce)

4 Řešte následující nerovnice v daných oborech a výsledek zapište intervalem.

4.1 $3 - x \geq -3$ pro $x \in \langle -10; 10 \rangle$

4.2 $x^2 \leq x$ pro $x \in \mathbf{R}$

4.3 $\log_3 x \geq 0$ pro $x \in \mathbf{R}$

4.4 $\cos x < \sin x$ pro $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$

16.13 MX_2021J_15

2 body

15 Která nerovnice má v oboru R tutéž množinu všech řešení jako nerovnice $x - 1 < 0$?

A) $\frac{x-1}{-3} < 0$

B) $\frac{x^2+1}{x-1} < 0$

C) $\frac{x^2-1}{x+1} < 0$

D) $\frac{x(x-1)}{x} < 0$

E) $\frac{x-1}{x^2} < 0$

16.14 MX_2021P_15

2 body

15 Je dán výraz s proměnnou $x \in \mathbf{R}$ a reálným číslem m:

$$\frac{(x+m+3)(x-2m)}{x^2-4m^2}$$

Pro která čísla m má výraz právě jeden nulový bod?

A) pouze pro $m = 3$

B) pouze pro $m = -1$

C) pro všechna $m \in \mathbf{R} \setminus \{3\}$

D) pro všechna $m \in \mathbf{R} \setminus \{-1; 3\}$

E) pro žádné reálné číslo m

16.15 MX_2022J_04

max. 2 body

4 V oboru R řešte nerovnici:

$|17 - 2x| \leq 2x$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

16.16 MX_2023J_02

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Reálné číslo x je **záporné**.

Hodnota výrazu $(x - 9)(x + 9)$ je rovněž záporná.

(CZVV)

1 bod

2 Určete množinu všech x splňujících dané podmínky.

16.17 MX_2023J_03

max. 2 body

3 V oboru R řešte:

$|x + 10| + 40 = |x - 30|$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

16.18 MX_2023J_13

max. 3 body

13 Každá funkce daná některým z následujících předpisů (13.1–13.3) je definována pro všechny přípustné hodnoty $x \in \mathbf{R}$.

Přiřaďte ke každému předpisu funkce (13.1–13.3) odpovídající graf funkce (A–F).

13.1

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{|x + 1|}$$ ____

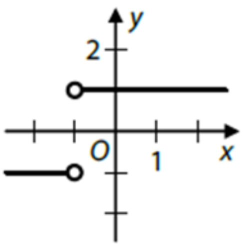
13.2

$$y = \frac{\sqrt{(x + 1)^3}}{|x + 1|}$$ ____

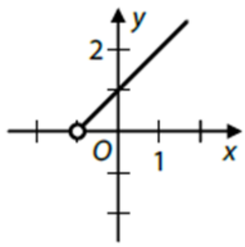
13.3

$$y = \frac{\sqrt[3]{|x + 1|^3}}{x + 1}$$ ____

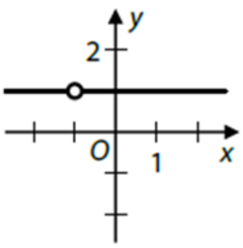
A)



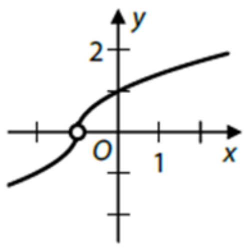
B)



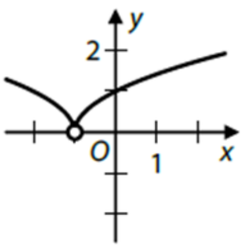
C)



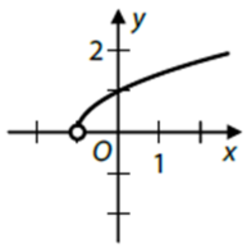
D)



E)



F)



16.19 MX_2023J_14

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Do prázdné nádrže přitéká voda otvorem s nastavitelnou velikostí $x \in \langle a; b \rangle$.

Objem vody V, který proteče otvorem za jednotku času, je přímo úměrný nastavené velikosti otvoru x.

Celá nádrž se otvorem o nastavené velikosti x naplní za y hodin, kde $y \in \langle c; d \rangle$. Nastavená velikost otvoru se v průběhu plnění nádrže nemění.

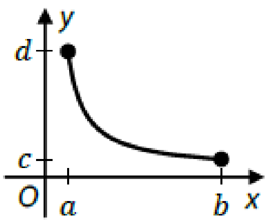
(Čísla a, b, c, d jsou konkrétní kladná reálná čísla.)

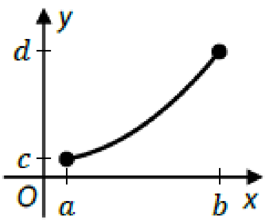
(CZVV)

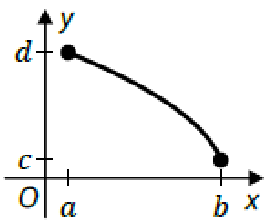
2 body

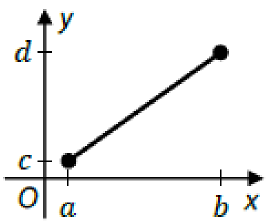
14 Každý z následujících grafů (A–E) je sestrojen v kartézské soustavě souřadnic *Oxy*.

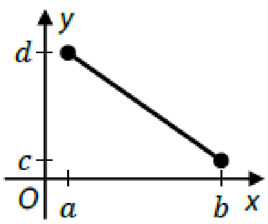
Který z grafů může popisovat závislost doby, za niž se naplní celá nádrž, na nastavené velikosti otvoru, tj. závislost y na x?

A)


B)


C)


D)


E)


16.20 MX_2023J_17

2 body

17 Je dána nerovnice:

$$\frac{2}{x}+\frac{x}{2x-x^2}\geq\frac{-1}{x-2}$$

Jaká je množina všech řešení dané nerovnice v oboru R?

A) $(0;2)$

B) $(0;2)\cup(2;+\infty)$

C) $(2;+\infty)$

D) $(-\infty;0)\cup(0;2)$

E) $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$

16.21 MX_2023P_16

2 body

16 Je dána rovnice s neznámou $x \in \mathbf{R}$ a parametrem $p \in \mathbf{R}$:

$$(p^2-p)x=p-1$$

Které z následujících tvrzení je <u>nepravdivé</u>?

A) Pro $p=-1$ má rovnice právě jedno řešení $x=-1$.

B) Pro $p=1$ je množinou všech řešení rovnice $\mathbf{R}\setminus\{0;1\}$.

C) Pro $p=0$ rovnice nemá řešení.

D) Pro dvě různé hodnoty p patří do množiny všech řešení rovnice číslo $x=0{,}5$.

E) Pro libovolné $p \in \mathbf{R}\setminus\{0;1\}$ má rovnice právě jedno řešení.

16.22 MX_2023P_21

2 body

21 Je dána nerovnice:

$$\frac{\sqrt{1-x}}{x(x+3)}<0$$

Která množina je množinou všech řešení dané nerovnice v oboru R?

A) $(-3;0)$

B) $(-3;1)$

C) $(-\infty;1)$

D) $(-\infty;-3)\cup(0;1)$

E) $(-3;0)\cup(1;+\infty)$

16.23 MX_2024J_19

2 body

19 Pro kterou z následujících soustav nerovnic je množinou všech řešení v oboru R prázdná množina?

A) $x^2 - 5x + 6 \leq 0 \quad \wedge \quad x^2 > 0$

B) $x^2 - 4x + 4 \leq 0 \quad \wedge \quad x^2 \leq 0$

C) $(x + 5)^2 \leq 0 \quad \wedge \quad x^2 > 0$

D) $x^2 + 4 \geq 0 \quad \wedge \quad x^2 \leq 0$

E) $x^2 - 4 > 0 \quad \wedge \quad x^2 > 0$

16.24 MX_2025J_03

max. 2 body

3 V oboru R řešte nerovnici:

$$\frac{x^2 + x}{x - 1} \leq x - 8$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

16.25 MX_2024P_03

max. 2 body

3 Určete všechna $x \in (-\infty, 0\rangle$, která vyhovují rovnici

$$\frac{5}{|x| + 1} = |x + 3|$$

Do záznamového archu uveďte celý **postup řešení**.

16.26 MX_2025J_16

2 body

16 Je dána rovnice s neznámou x a parametrem $p \in \mathbf{R}$:

$$\frac{2p}{x} - \frac{p+2}{x-1} = 0$$

Který zápis popisuje množinu K všech řešení dané rovnice v oboru R?

A) $\mathrm{K} = \left\{\frac{2p}{p-2}\right\}$ pro $p \in \mathbf{R} \setminus \{2\}$, $\mathrm{K} = \emptyset$ pro $p \in \{2\}$

B) $\mathrm{K} = \left\{\frac{2p}{p-2}\right\}$ pro $p \in \mathbf{R} \setminus \{-2; 0; 2\}$, $\mathrm{K} = \emptyset$ pro $p \in \{-2; 0; 2\}$

C) $\mathrm{K} = \left\{\frac{2p}{p+2}\right\}$ pro $p \in \mathbf{R} \setminus \{2\}$, $\mathrm{K} = \emptyset$ pro $p \in \{2\}$

D) $\mathrm{K} = \left\{\frac{2p}{p+2}\right\}$ pro $p \in \mathbf{R} \setminus \{-2; 0; 2\}$, $\mathrm{K} = \emptyset$ pro $p \in \{-2; 0; 2\}$

E) $\mathrm{K} = \left\{\frac{1}{p} + \frac{3}{2}\right\}$ pro $p \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$, $\mathrm{K} = \emptyset$ pro $p \in \{0\}$

16.27 MX_2025J_17

2 body

17 Každý z následujících výrazů je definován pro všechna $x \in (-\infty; 0)$.

Který z výrazů se <u>nerovná</u> žádnému ze zbývajících výrazů?

A) $-\frac{|x|^2}{x} + |x|$

B) $\frac{(-x)^2}{x} + 3 \cdot |x|$

C) $-4 \cdot \sqrt{x^2} + 2 \cdot |x|$

D) $-\frac{x^2}{|x|} - 3x$

E) $x \cdot \sqrt{x^2} - 2x + x^2$

16.28 MX_2025P_15

2 body

15 Je dán výraz s proměnnou $x \in \mathbf{R}$ a reálným číslem m:

$$\frac{(x+m+6)(x+m)}{(x+2m)(x-m)}$$

Pro kolik různých čísel m má výraz právě jeden nulový bod?

A) pro žádné reálné číslo m

B) pro právě 1 reálné číslo m

C) pro právě 2 různá reálná čísla m

D) pro právě 3 různá reálná čísla m

E) pro více než 3 různá reálná čísla m

16.29 MX_2026J_03

max. 3 body

3 **Řešte v oboru R nerovnici:**

$$\frac{x+7}{7-x} \leq \frac{x+7}{2}$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

16.30 MX_2026J_12

max. 3 body

12 **Přiřaďte ke každému výrazu (12.1–12.3) množinu (A–F), do které patří hodnoty tohoto výrazu pro všechna $x \in (-0{,}8; -0{,}6)$.**

12.1

$$V(x) = \frac{|3+5x|}{3-5\cdot|x|}$$ ____

12.2

$$V(x) = \frac{-2x^2}{(x-|x|)\cdot|x|}$$ ____

12.3

$$V(x) = \frac{|5\cdot|x|+5x|}{5x+4}$$ ____

A) Žádná z níže uvedených množin, neboť pro dané hodnoty x nemá výraz smysl.

B) $(-\infty; -1)$

C) $\{-1\}$

D) $(-1; 0)$

E) $\{0\}$

F) $\{1\}$

16.31 MX_2026J_10

2 body

15 Je dána rovnice s neznámou x a parametrem $a \in \mathbf{R}$:

$$\frac{a-1}{x} = 1 - a^2$$

Jaká je množina všech hodnot parametru a, pro něž má daná rovnice v oboru R <u>právě jedno záporné</u> řešení?

A) $\{1\}$

B) $(0; 1) \cup (1; +\infty)$

C) $(-1; +\infty)$

D) $(-1; 1) \cup (1; +\infty)$

E) $(-\infty; -1)$

17 LIMITY

17.1 MX_2018_09

1 bod

9 **Vypočtěte:**

$$\lim_{n \to \infty} \frac{2 \cdot 2^n + 4^{n+1}}{2 \cdot 4^n} =$$

V záznamovém archu uveďte **postup řešení**.

17.2 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_05

5 **Pro kterou hodnotu $k \in \mathbf{R}$ platí následující rovnost?**

$$\lim_{n \to \infty} \frac{k \cdot n^2 + 4n}{(2n+1)^2} = 2$$

A) 0

B) 0,5

C) 2

D) 4

E) 8

17.3 MX_2024P_02

max. 2 body

2 Najděte všechna celá nezáporná čísla m, pro něž má posloupnost vlastní limitu.

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n^2 + 3n^m}{5n^3 - 1}$$

17.4 MX_2025J_13

max. 3 body

13 Přiřaďte ke každé limitě posloupnosti (13.1–13.3) odpovídající výsledek (A–F).

13.1

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1 + n \cdot n!}{(1+n)!}$$ _____

13.2

$$\lim_{n\to\infty} \frac{6^{n+2}}{3^n \cdot 2^{n+2}}$$ _____

13.3

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{15}{4} - \frac{15}{16} + \frac{15}{64} - \frac{15}{256} + \cdots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{15}{4^n}\right)$$ _____

A) 1

B) 3

C) 5

D) 7

E) 9

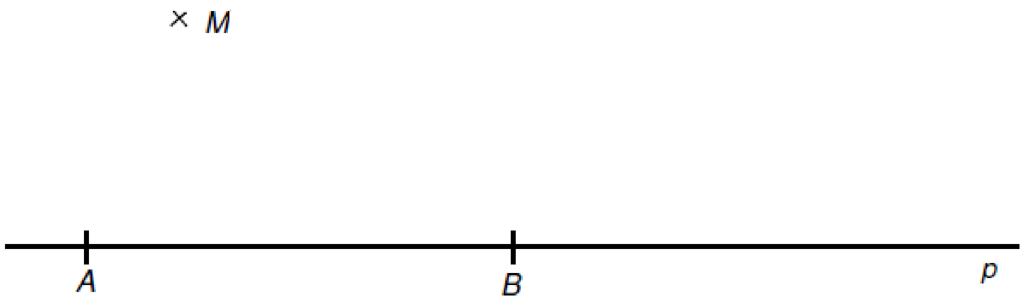
F) jiný výsledek

18 PLANIMETRIE – N-ÚHELNÍKY

18.1 MX_2014_ilustracni_test_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině je umístěna přímka p, na ní dva různé body A, B a bod M, který na přímce p neleží.



(CERMAT)

max. 4 body

8

8.1 V polorovině pM najděte vrchol C trojúhelníku ABC s vnitřním úhlem $\gamma = 45°$ při vrcholu C, jestliže bod M leží na těžnici t_c (těžnice z vrcholu C).

Proveďte náčrtek, rozbor a konstrukci.

8.2 V polorovině pM najděte vrchol C^* trojúhelníku ABC^* s vnitřním úhlem $\gamma = 45°$ při vrcholu C^*, jestliže bod M leží **uvnitř** trojúhelníku na těžnici t_b (těžnice z vrcholu B).

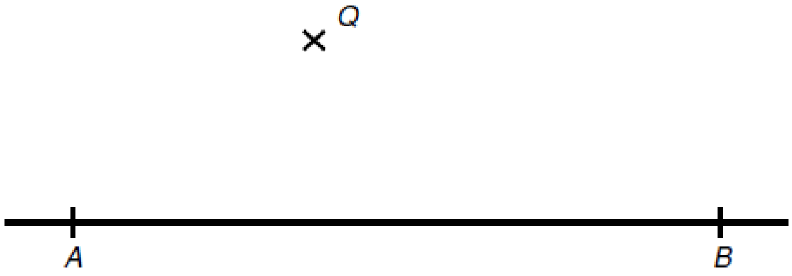
Proveďte náčrtek, rozbor a konstrukci.

V záznamovém archu používejte rýsovací potřeby a obtáhněte **konstrukci propisovací tužkou**.

18.2 MX_2014_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V rovině je umístěna úsečka AB a bod Q.



(CERMAT)

1 bod

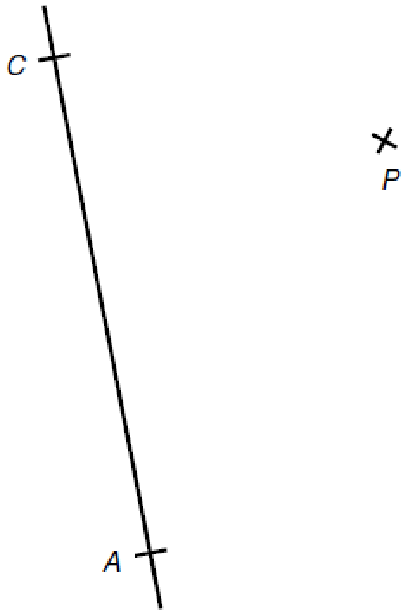
7 **Sestrojte trojúhelník** ABC, jehož výška v_b (výška na stranu b) se protíná s těžnicí t_c (těžnice na stranu c) v bodě Q.

V záznamovém archu proveďte konstrukci a vše obtáhněte propisovací tužkou.

18.3 MX_2014_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině je umístěna úsečka AC a bod P.



(CERMAT)

max. 3 body

8

8.1 **Sestrojte trojúhelník** ABC, jehož výška v_b (výška na stranu b) se protíná s těžnicí t_a (těžnice na stranu a) v bodě P.

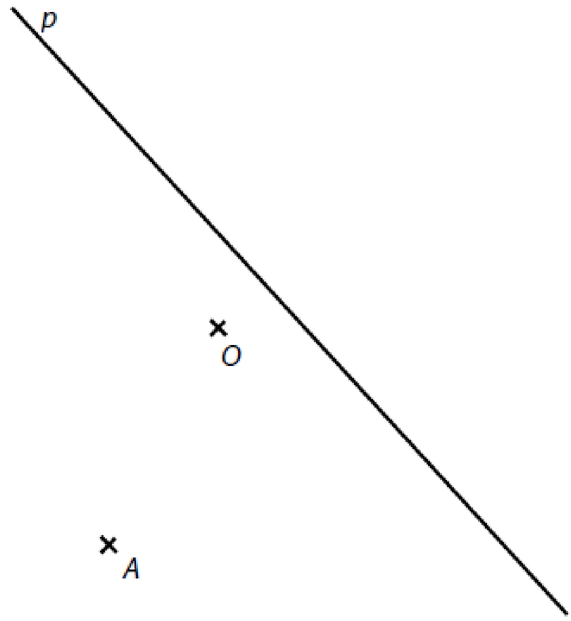
8.2 Proveďte rozbor nebo popis konstrukce vrcholu B.

V záznamovém archu obtáhněte konstrukci propisovací tužkou.

18.4 MX_2015_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině je umístěna přímka *p* a dva různé body *A* a *O*.



(CZVV)

max. 3 body

8 Sestrojte rovnoramenný trojúhelník *ABC* se základnou *AB*, jehož osa souměrnosti prochází bodem *O* a rameno *BC* leží na přímce *p*.

8.1 Proveďte rozbor nebo popis konstrukce trojúhelníku *ABC*.

8.2 Proveďte konstrukci trojúhelníku *ABC*.

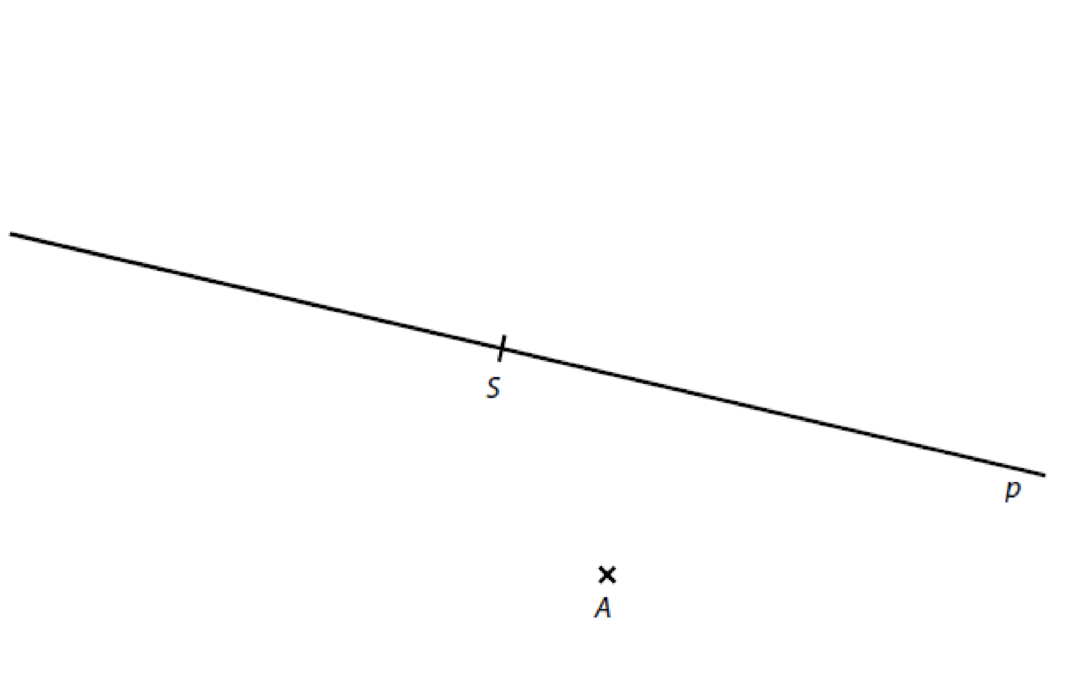
Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky **propisovací tužkou**.

18.5 MX_2016_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině jsou umístěny dva různé body A, S a přímka p procházející bodem S.



(CZVV)

max. 3 body

8 Sestrojte rovnoběžník $ABCD$ se středem S, jehož úhlopříčka BD leží na přímce p a vnitřní úhel při vrcholu B má velikost $\beta = 60°$.

8.1 **Proveďte náčrtek rovnoběžníku *ABCD* a zapište rozbor nebo postup konstrukce.**

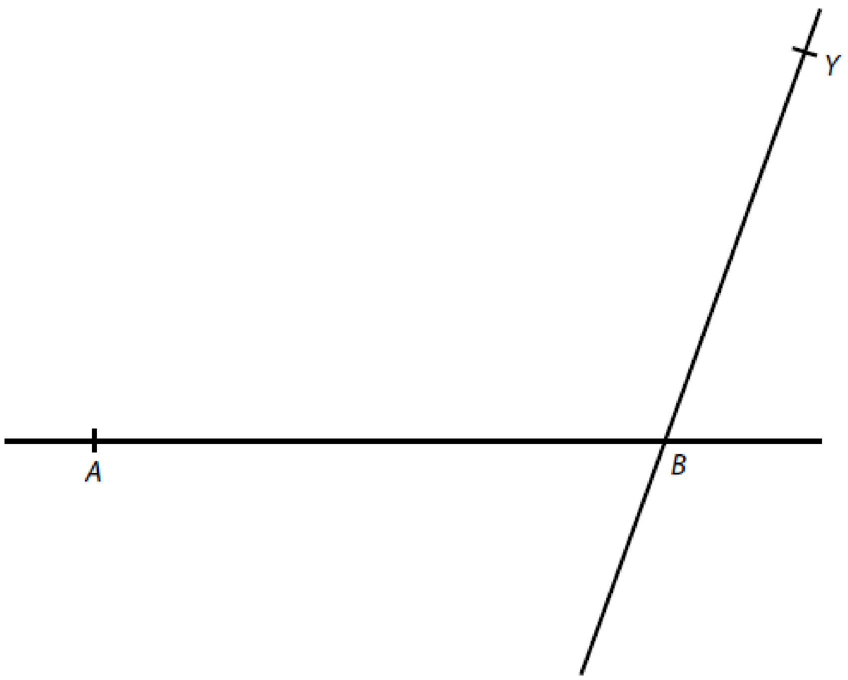
8.2 **Proveďte konstrukci rovnoběžníku *ABCD*.**

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky **propisovací tužkou**.

18.6 MX_2017_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině leží body *A*, *B*, *Y*.



(CZVV)

max. 3 body

8 Vrchol *C* lichoběžníku *ABCD* se základnami *AB* a *CD* leží na polopřímce *BY*, úhly *BCD* a *ADB* mají stejnou velikost a výška v lichoběžníku je polovinou délky strany *AB*.

8.1 **Vytvořte náčrtek lichoběžníku *ABCD* a proveďte rozbor nebo popis konstrukce chybějících vrcholů *C*, *D*.**

8.2 **V obrázku sestrojte chybějící vrcholy *C*, *D* lichoběžníku *ABCD* a lichoběžník narýsujte. Najděte všechna řešení.**

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky **propisovací tužkou**.

18.7 MX_2017_21

2 body

21 Velikosti ostrých úhlů v pravoúhlém trojúhelníku jsou v poměru 3 : 4.
Kratší odvěsna měří 100 cm.

Kolik cm měří delší odvěsna?
Výsledek v cm je zaokrouhlen na celé číslo.

A) 125 cm

B) 133 cm

C) 141 cm

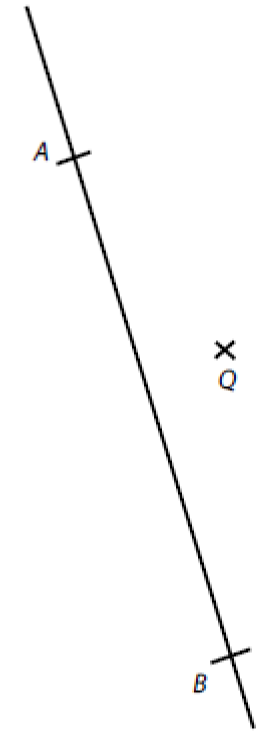
D) 150 cm

E) jiný počet cm

18.8 MX_2018_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině leží přímka *AB* a mimo ni bod *Q*.



(CZVV)

max. 3 body

8 Úsečka *AB* je přepona pravoúhlého trojúhelníku *ABC*, bod *Q* leží na ose úhlu *ACB*.

8.1 Proveďte náčrtek trojúhelníku *ABC* a zapište rozbor nebo postup konstrukce chybějícího vrcholu *C*.

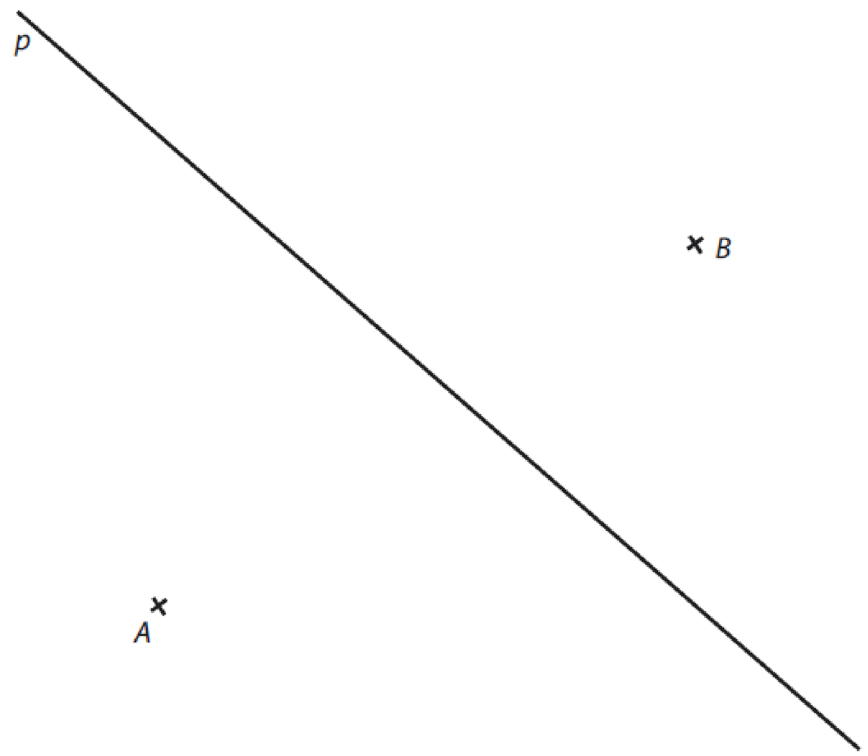
8.2 V obrázku sestrojte chybějící vrchol *C* trojúhelníku *ABC* a trojúhelník narýsujte. Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky **propisovací tužkou**.

18.9 MX_2019_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině jsou dány dva různé body *A*, *B* a přímka *p*.



(CZVV)

max. 3 body

8 Body *A*, *B* jsou vrcholy trojúhelníku *ABC*. Na přímce *p* leží paty výšek trojúhelníku *ABC* vedených z vrcholů *B* a *C*.
(Pata výšky na stranu *AB* je průsečík této výšky s přímkou *AB*.)

8.1 Proveďte náčrtek trojúhelníku *ABC* a zapište rozbor nebo postup konstrukce pro chybějící vrchol *C* trojúhelníku *ABC*.

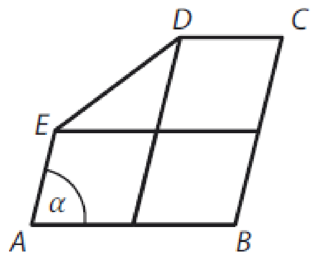
8.2 V obrázku sestrojte chybějící vrchol *C* trojúhelníku *ABC* a trojúhelník narýsujte. Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky **propisovací tužkou**.

18.10 MX_2019_19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Pětiúhelník *ABCDE* se skládá ze 3 shodných kosočtverců o straně délky 3 cm a tupoúhlého trojúhelníku. Dále platí, že $\cos\alpha = \frac{1}{9}$.



(CZVV)

2 body

19 Jaký je obvod pětiúhelníku *ABCDE*?

A) $(18 + 2 \cdot \sqrt{5})$ cm

B) $(18 + 3 \cdot \sqrt{2})$ cm

C) 22 cm

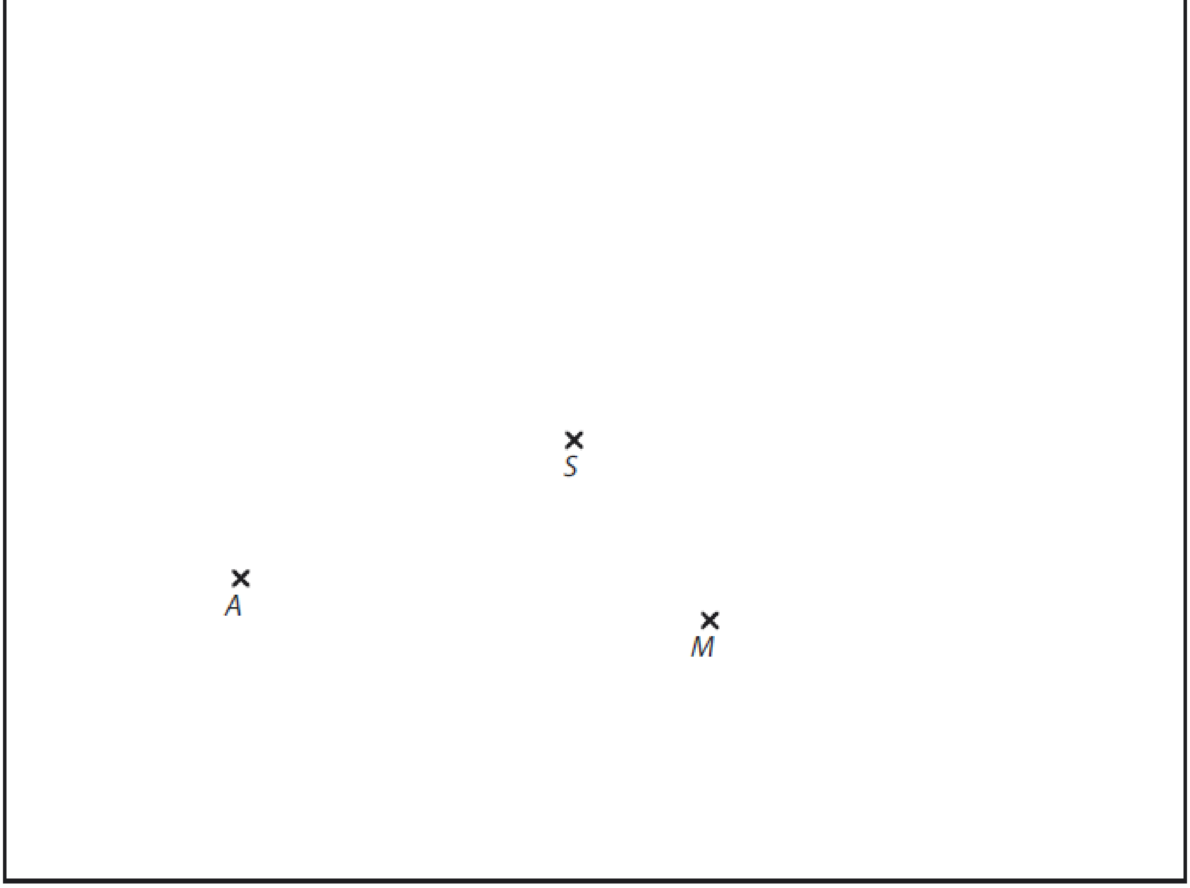
D) $(18 + 2 \cdot \sqrt{3})$ cm

E) jiný obvod

18.11 MX_2020_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině jsou dány tři různé body A, S, M.



(CZVV)

max. 3 body

8 Bod A je vrchol trojúhelníku ABC.
Bod S je střed kružnice opsané trojúhelníku ABC. Bod M leží na ose strany BC.
Vnitřní úhel trojúhelníku ABC při vrcholu A má velikost $\alpha = 60°$.

8.1 Hledáme vrcholy B, C trojúhelníku ABC.
Proveďte náčrtek trojúhelníku ABC a zapište rozbor nebo postup konstrukce.

8.2 V obrázku sestrojte chybějící vrcholy B, C trojúhelníku ABC a trojúhelník narýsujte.
Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky **propisovací tužkou**.

18.12 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_02 (plan)

2 Je dána přímka p, kružnice $k(S; r)$ a bod O, který neleží ani na přímce p ani na kružnici k ($O \notin p \cup k$).

Najděte takovou dvojici bodů $K \in k$, $P \in p$, aby bod O ležel ve středu úsečky KP.

Uveďte celý **postup řešení**.

18.13 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_03 (plan)

3 Velikosti vnitřních úhlů šestiúhelníku tvoří aritmetickou posloupnost. Nejmenší úhel má velikost 70°.

Určete velikosti zbývajících vnitřních úhlů.

18.14 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_04 (plan)

4 V rovině ϱ jsou umístěny dva různé body P a Q.

Přiřaďte popisu každé množiny 4.1–4.4 obraz množiny A–F.

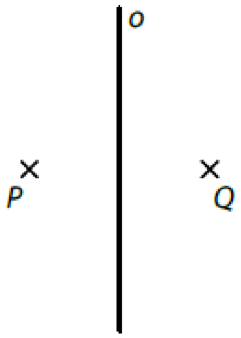
4.1 $\{X \in \varrho; |\sphericalangle PXQ| = 90°\}$ ______

4.2 $\{X \in \varrho; |XP| + |XQ| = 2 \cdot |PQ|\}$ ______

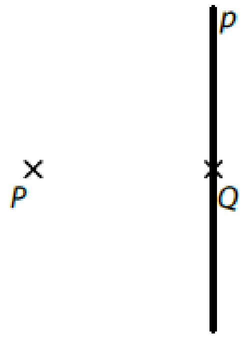
4.3 $\{X \in \varrho; |PX|^2 - |QX|^2 = |PQ|^2\}$ ______

4.4 $\{X \in \varrho; |XP| - |XQ| = |PQ|\}$ ______

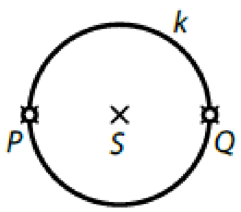
A) Osa o úsečky PQ.



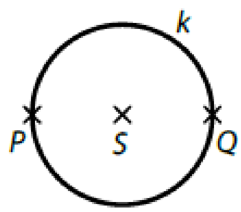
B) Přímka p kolmá k úsečce PQ procházející bodem Q.



C) Kružnice k s průměrem PQ kromě bodů P a Q.

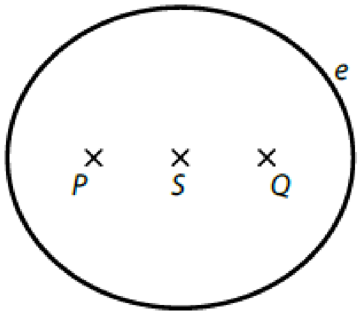


D) Kružnice k s průměrem PQ.



E) Polopřímka opačná k polopřímce *QP*.

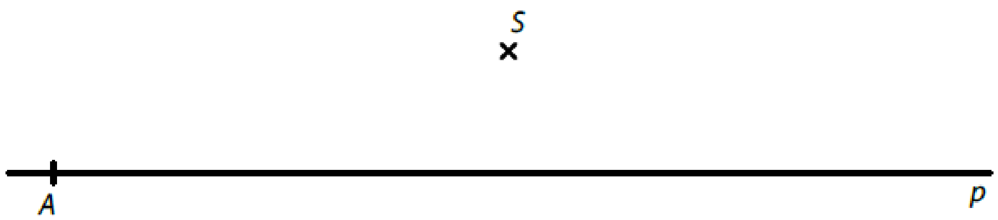
F) Elipsa *e* s ohnisky *P*, *Q* a hlavní poloosou délky |*PQ*|.



18.15 MX_2021J_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V rovině leží body *A*, *S*. Bodem *A* prochází přímka *p*.



(CZVV)

max. 3 body

7 Bod *A* je vrchol obdélníku *ABCD*. Na přímce *p* leží ještě vrchol *C* obdélníku. Bod *S* je střed strany *CD* obdélníku *ABCD*.

7.1 Hledáme vrcholy *B*, *C*, *D* obdélníku *ABCD*. Proveďte náčrtek obdélníku *ABCD* a zapište rozbor nebo postup konstrukce.

7.2 V obrázku sestrojte chybějící vrcholy obdélníku *ABCD* a obdélník narýsujte. Najděte všechna řešení.

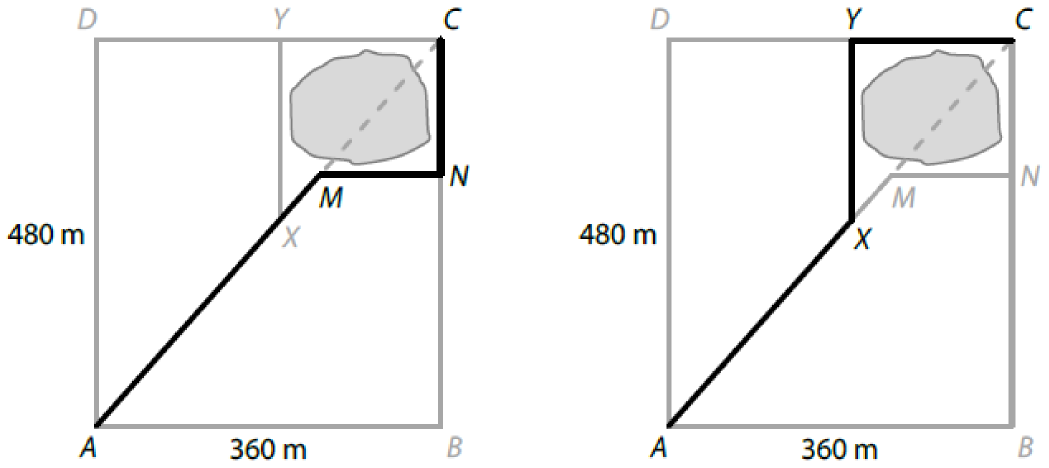
V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

18.16 MX_2021J_11

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Obdélníkový pozemek *ABCD* má rozměry 360 m a 480 m. Uvnitř pozemku je rybníček.

První cestu mezi protějšími rohy pozemku představuje lomená čára *AMNC*, druhou cestu lomená čára *AXYC*. Oba body *X*, *M* leží na úhlopříčce *AC*, body *N*, *Y* na stranách obdélníku a úsečky *MN*, *XY* jsou rovnoběžné se stranami obdélníku.



(CZVV)

max. 4 body

11

11.1 U první cesty tvoří délka úsečky *AM* dvě třetiny délky úhlopříčky *AC*.

Vypočtěte, v jakém poměru je délka úsečky *AM* ku délce lomené čáry *MNC*.

11.2 U druhé cesty je délka úsečky *AX* stejná jako délka lomené čáry *XYC*.

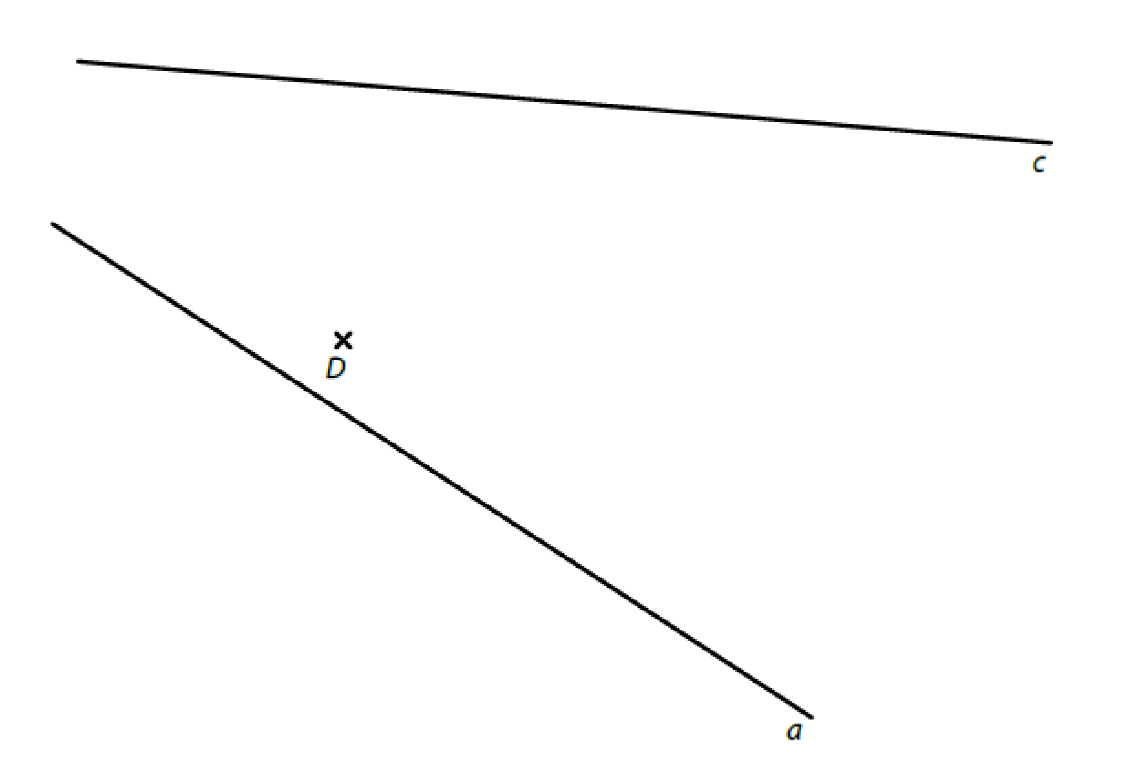
Vypočtěte v metrech délku lomené čáry *AXYC* představující druhou cestu.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

18.17 MX_2021P_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V rovině leží přímky *a*, *c* a bod *D*.



(CZVV)

max. 3 body

7 Bod *D* je vrchol pravoúhlého lichoběžníku *ABCD* se základnami *AB*, *CD* a pravým úhlem při vrcholu *D*.
Vrchol *A* leží na přímce *a*, zbývající vrcholy *B*, *C* na přímce *c*.
Sousední strany *CD* a *DA* mají stejnou délku.

7.1 Hledáme vrcholy *A*, *B*, *C* lichoběžníku *ABCD*.
Proveďte náčrtek lichoběžníku *ABCD* a zapište rozbor nebo postup konstrukce.

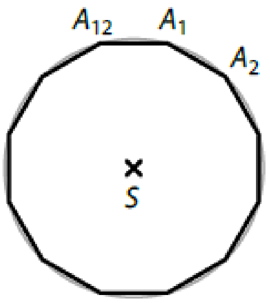
7.2 V obrázku sestrojte chybějící vrcholy lichoběžníku *ABCD* a lichoběžník narýsujte.
Najděte všechna řešení.

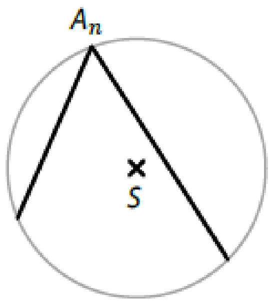
V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

18.18 MX_2021P_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 8–9

Pro $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 3$ je dán pravidelný n-úhelník $A_1A_2 \dots A_n$, kterému je opsána kružnice se středem S.





(CZVV)

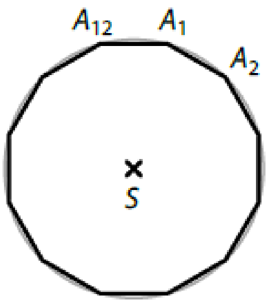
1 bod

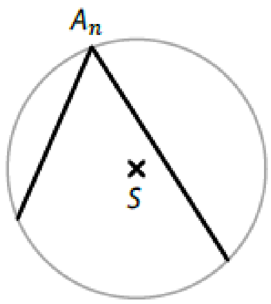
8 **Pro** $n = 12$ **určete velikost obvodového úhlu** $A_3A_{12}A_8$**.**

18.19 MX_2021P_09

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 8–9

Pro $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 3$ je dán pravidelný n-úhelník $A_1A_2 \dots A_n$, kterému je opsána kružnice se středem S.





max. 4 body

9 Existuje přirozené číslo $k < n$ takové, že pro $k \neq 20$ má obvodový úhel $A_kA_nA_{20}$ velikost 56°.

9.1 **Vypočtěte nejmenší možné číslo** n splňující uvedené podmínky.

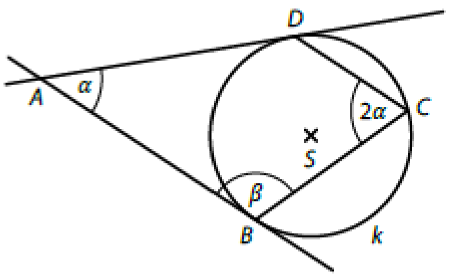
9.2 Pro nejmenší možné n **vypočtěte** k.
Najděte obě řešení.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení.**

18.20 MX_2022J_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Bod A leží ve vnější oblasti kružnice k se středem S.
Z bodu A jsou ke kružnici k sestrojeny dvě tečny, které se dotýkají kružnice k v bodech B, D.
Na kružnici k leží bod C, který je vrcholem **lichoběžníku** $ABCD$ se základnami AB a CD.
V lichoběžníku má vnitřní úhel při vrcholu A velikost α, při vrcholu B velikost β a při vrcholu C velikost 2α.



(CZVV)

max. 2 body

7 Vypočtěte

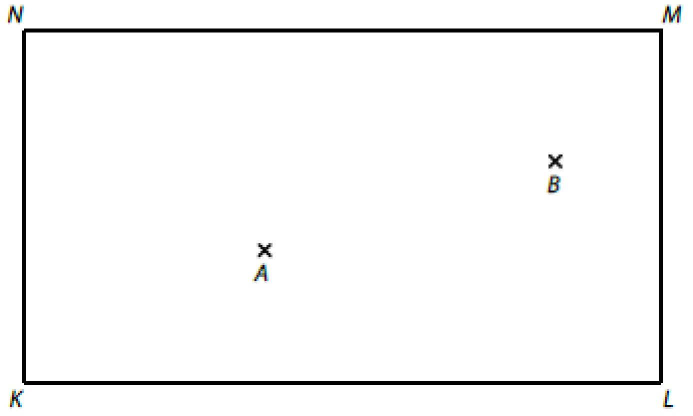
7.1 velikost α,

7.2 velikost β.

18.21 MX_2022J_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině leží obdélník *KLMN* a jeho dva vnitřní body *A*, *B*.



(CZVV)

max. 3 body

8 Body *A*, *B* jsou vrcholy rovnoběžníku *ABCD*. Zbývající dva vrcholy *C*, *D* tohoto rovnoběžníku leží na stranách obdélníku *KLMN*.

8.1 Hledáme vrcholy *C*, *D* rovnoběžníku *ABCD*.
Proveďte náčrtek rovnoběžníku *ABCD* a zapište rozbor nebo postup konstrukce.

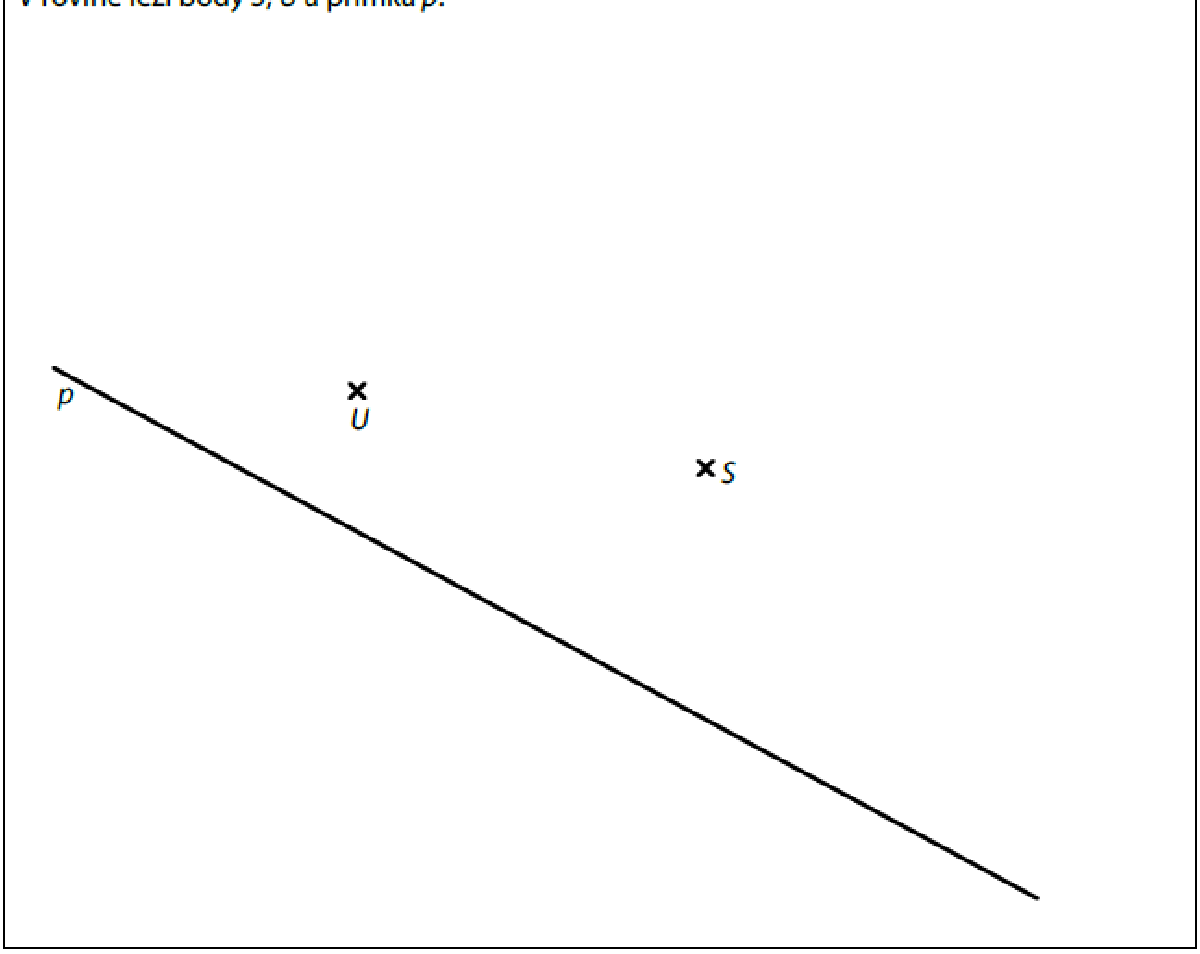
8.2 V obrázku sestrojte chybějící vrcholy rovnoběžníku *ABCD* a rovnoběžník narýsujte.
Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

18.22 MX_2023J_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V rovině leží body *S*, *U* a přímka *p*.



(CZVV)

max. 3 body

7 Na přímce *p* leží vrchol *B* rovnostranného trojúhelníku *ABC*.
Bod *S* je střed strany *BC* tohoto trojúhelníku a bod *U* leží na straně *AC*.

7.1 Hledáme vrcholy trojúhelníku *ABC*.
Proveďte náčrtek trojúhelníku *ABC* a zapište rozbor nebo postup konstrukce pro vrchol *C* tohoto trojúhelníku.

7.2 V obrázku sestrojte vrcholy trojúhelníku *ABC* a trojúhelník narýsujte.
Najděte všechna řešení.

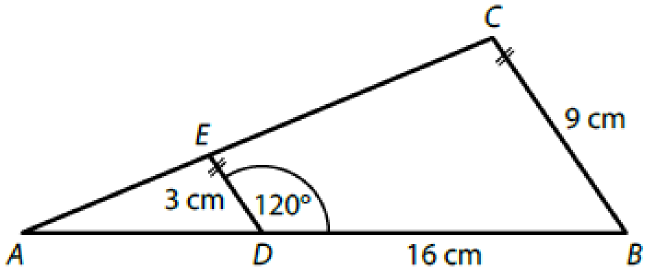
V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

18.23 MX_2023J_20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

V trojúhelníku *ABC* leží na straně *AB* bod *D* a na straně *AC* bod *E*.

Platí: $DE \parallel BC$, $|DE| = 3$ cm, $|BC| = 9$ cm, $|BD| = 16$ cm, $|\sphericalangle BDE| = 120°$.



(CZVV)

2 body

20 Jaká je délka úsečky *AE*?

A) $3\sqrt{3}$ cm

B) 6 cm

C) $4\sqrt{3}$ cm

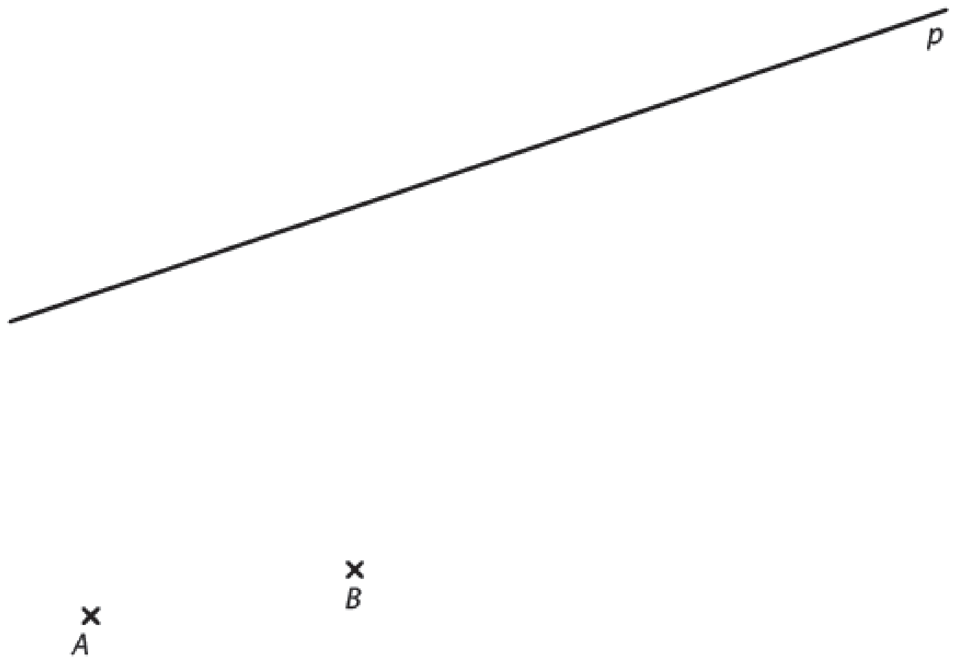
D) 7 cm

E) $\sqrt{55}$ cm

18.24 MX_2023P_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V rovině leží přímka p a dva různé body A, B.



(CZVV)

max. 3 body

7 Body A, B jsou vrcholy trojúhelníku ABC, vrchol C leží na přímce p.
Těžnice t_b na stranu AC má stejnou délku jako strana AB.

7.1 Hledáme vrchol C trojúhelníku ABC.
Proveďte náčrtek trojúhelníku ABC a zapište rozbor nebo postup konstrukce.

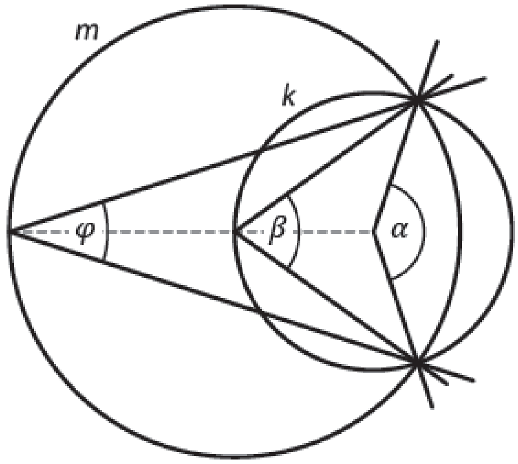
7.2 V obrázku sestrojte chybějící vrchol trojúhelníku ABC a trojúhelník narýsujte.
Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

18.25 MX_2023P_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Vrcholy úhlů α, β jsou středy kružnic k, m. Vrcholy úhlů β, φ leží na kružnicích k, m.
Vrcholy všech tří úhlů leží na téže přímce a ramena úhlů procházejí průsečíky kružnic k, m.



(CZVV)

max. 2 body

8

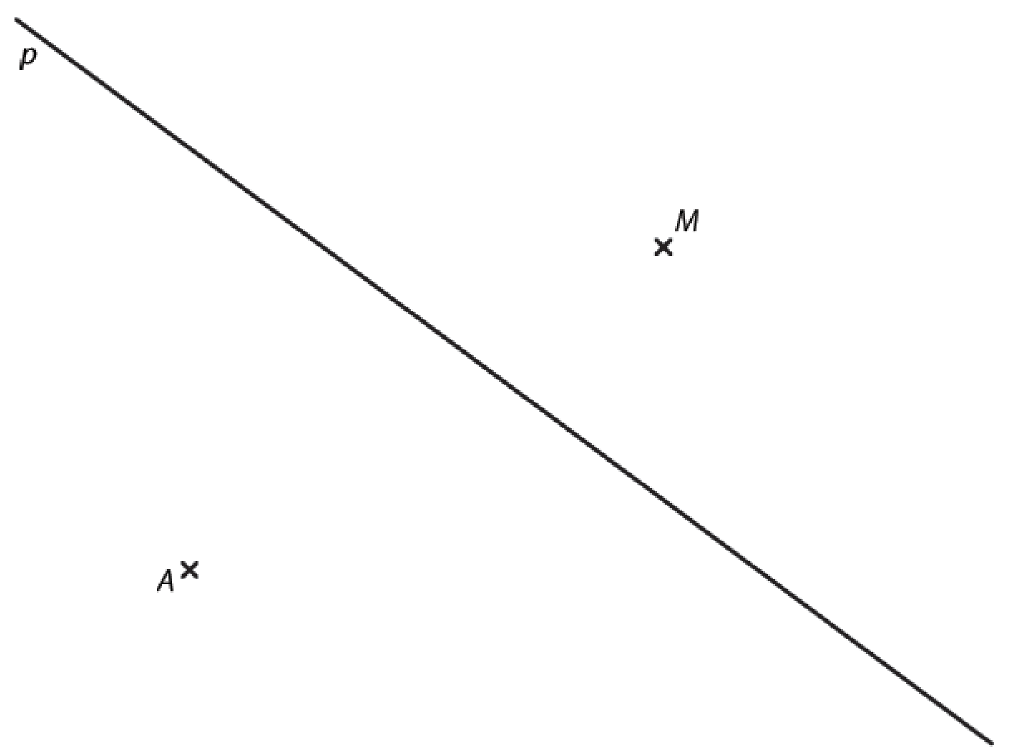
8.1 Pro $\beta = 80°$ vypočtěte rozdíl $\alpha - \varphi$.

8.2 Vypočtěte velikost β, jestliže $\alpha + \varphi = 180°$.

18.26 MX_2024J_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině leží body *A*, *M* a přímka *p*.



max. 3 body

8 Bod *A* je vrchol obdélníku *ABCD*.
Na přímce *p* leží úhlopříčka tohoto obdélníku.
Bod *M* leží na hranici obdélníku *ABCD*.

8.1 Hledáme vrcholy *B*, *C*, *D* obdélníku *ABCD*.
Proveďte náčrtek obdélníku *ABCD* a zapište rozbor nebo postup konstrukce.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

8.2 V obrázku sestrojte chybějící vrcholy obdélníku *ABCD* a obdélník narýsujte.
Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

18.27 MX_2024J_09

max. 3 body

9 V kosočtverci je poměr délky strany ku velikosti výšky 5 : 3.

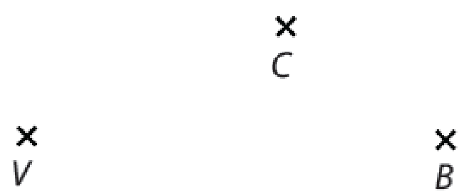
Určete poměr délek obou úhlopříček tohoto kosočtverce.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

18.28 MX_2024P_10

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině jsou dány body B, C a V.



max. 3 body

10 Na ose konvexního úhlu BVC leží body M a N a platí, že $|VM| = 5$ cm a $|MN| = \frac{1}{2}|VM|$.

10.1 Sestrojte body M, N a narýsujte nekonvexní čtyřúhelník $VBPN$ osově souměrný podle osy o, která prochází body B a N. **Najděte všechna řešení.**

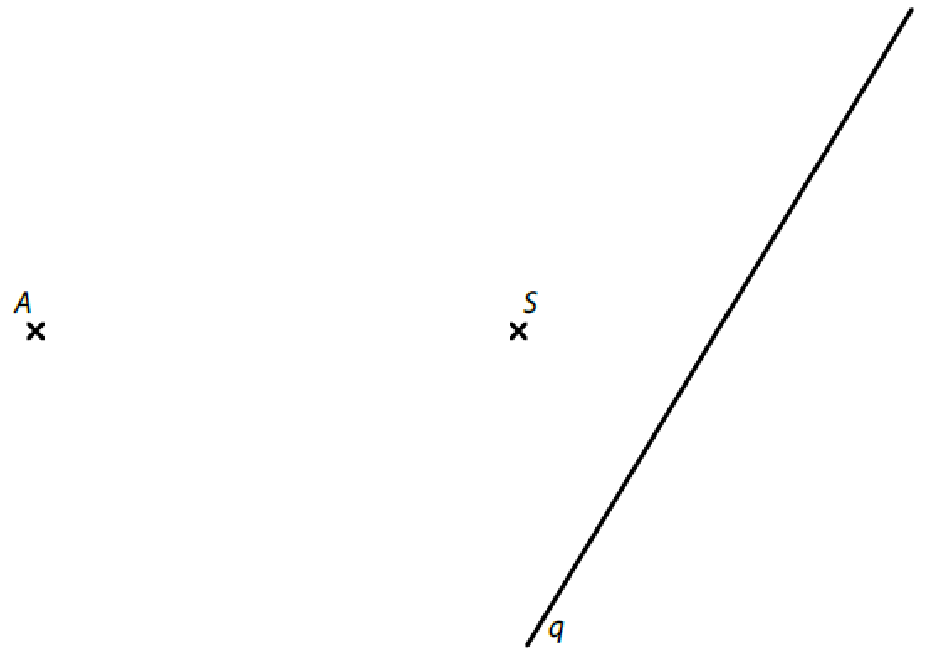
10.2 Zapište postup konstrukce.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

18.29 MX_2025J_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině leží body *A*, *S* a přímka *q*.



(CZVV)

max. 3 body

8 Bod *A* je vrchol pravoúhlého trojúhelníku *ABC* s přeponou *AB*.
Na přímce *q* leží vrchol *B* tohoto trojúhelníku a bod *S* je střed strany *BC*.

8.1 Hledáme vrcholy *B*, *C* trojúhelníku *ABC*.
Proveďte náčrtek trojúhelníku *ABC* a zapište rozbor nebo postup konstrukce.

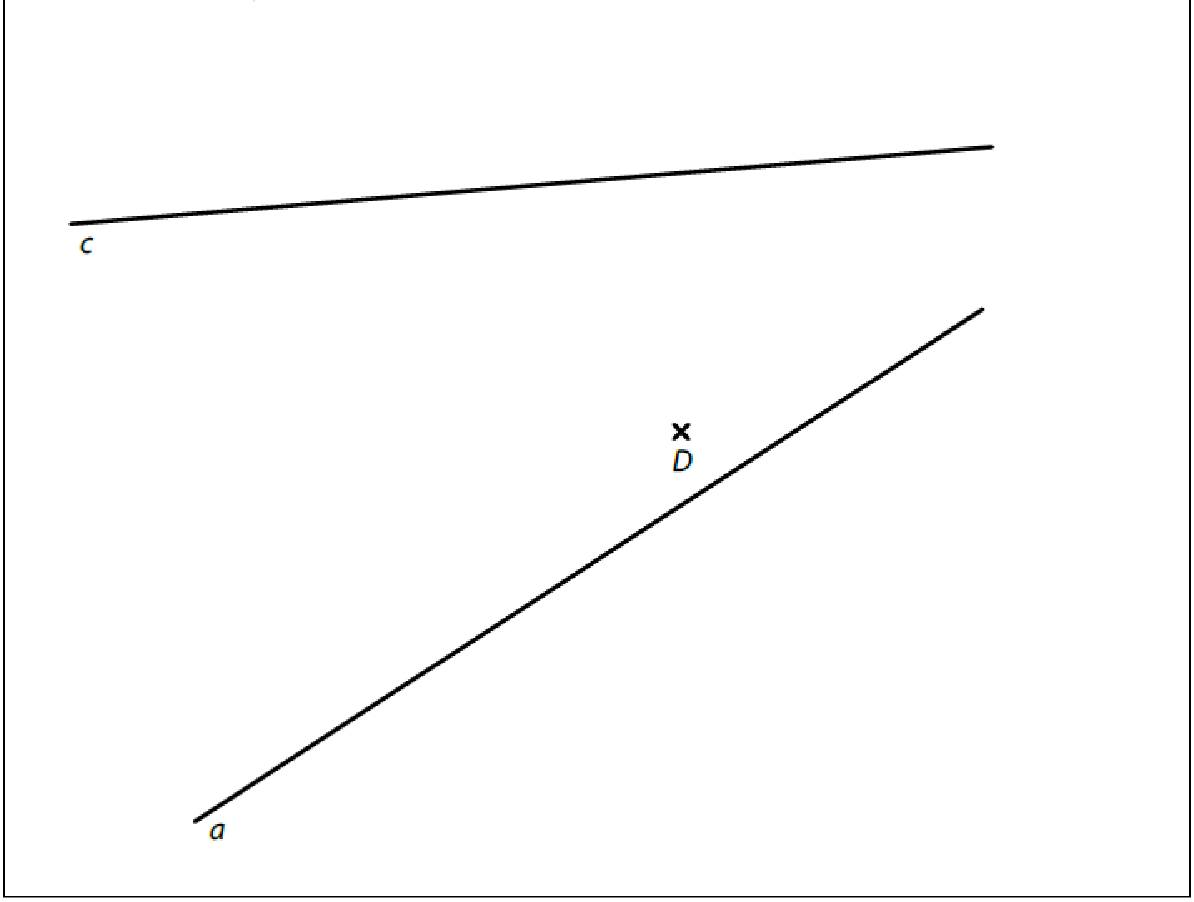
8.2 V obrázku sestrojte chybějící vrcholy trojúhelníku *ABC* a trojúhelník narýsujte.
Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

18.30 MX_2025P_10

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží přímky *a*, *c* a bod *D*.



(CZVV)

max. 3 body

10 Bod *D* je vrchol čtverce *ABCD*.
Na přímce *a* leží vrchol *A* tohoto čtverce a na přímce *c* vrchol *C*.

10.1 Hledáme vrcholy *A*, *B*, *C* čtverce *ABCD*.
Proveďte náčrtek čtverce *ABCD* a zapište rozbor nebo postup konstrukce.

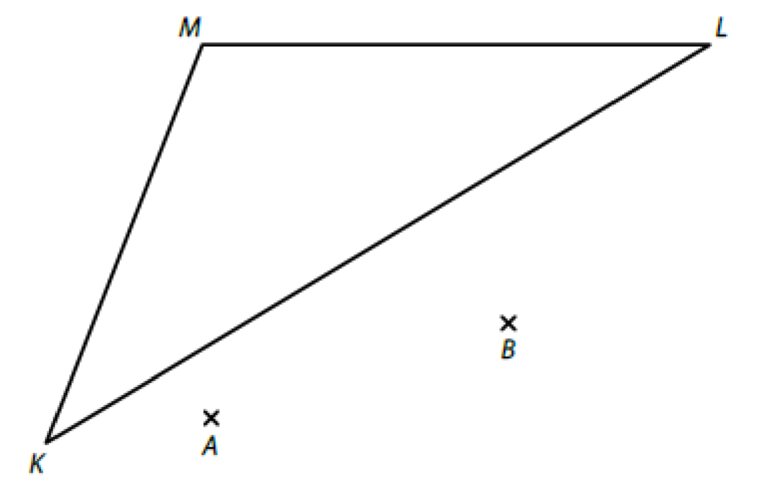
10.2 V obrázku sestrojte chybějící vrcholy čtverce *ABCD* a čtverec narýsujte.
Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

18.31 MX_2026J_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině leží trojúhelník *KLM* a body *A*, *B*.



(CZVV)

max. 3 body

8 Úsečka *AB* je základnou rovnoramenného lichoběžníku *ABCD*, jehož vrcholy *C*, *D* leží na hranici trojúhelníku *KLM*.

8.1 Hledáme vrcholy *C*, *D* lichoběžníku *ABCD*.
Proveďte náčrtek lichoběžníku *ABCD* a zapište rozbor nebo postup konstrukce.

8.2 V obrázku sestrojte chybějící vrcholy lichoběžníku *ABCD* a lichoběžník narýsujte.
Najděte všechna řešení.

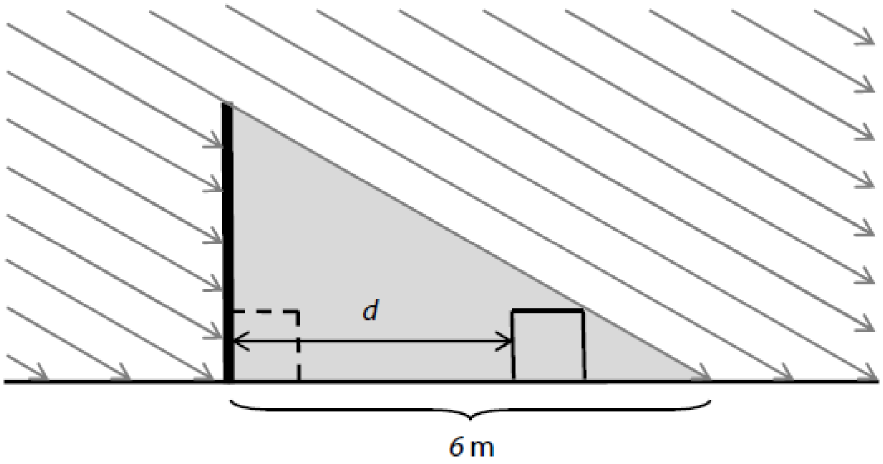
V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

19 PLANIMETRIE-PLOCHY

19.1 MX_2014_ilustracni_test_19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

U zdi stadionu je na vodorovné podložce položena bedna tvaru krychle o hraně délky 1 m. Zeď na zem vrhá stín do vzdálenosti 6 m. Bednu je možné posunout nejdále do vzdálenosti $d = 3{,}75$ m od zdi, má-li zůstat celá ve stínu.



(CERMAT)

2 body

19 Jak vysoká je zed?

A) Zeď je nižší než 4,8 m.

B) 4,8 m

C) 5,0 m

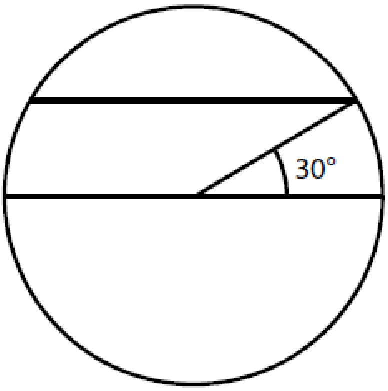
D) 5,2 m

E) Výšku nelze jednoznačně určit.

19.2 MX_2014_ilustracni_test_20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Zeměkoule má poloměr přibližně 6 370 km. Spojnice středu zeměkoule s libovolným bodem na třicáté rovnoběžce svírá s pomyslnou rovinou rovníku úhel 30°.



(CERMAT)

2 body

20 Jaký je obsah kulového pásu mezi rovníkem a třicátou rovnoběžkou po zaokrouhlení na miliony km²?

A) $127 \cdot 10^6$ km²

B) $147 \cdot 10^6$ km²

C) $220 \cdot 10^6$ km²

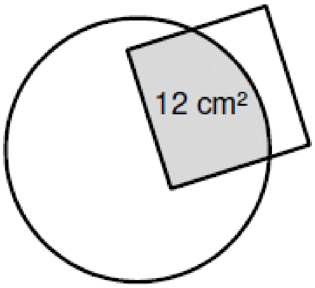
D) $441 \cdot 10^6$ km²

E) jiný obsah

19.3 MX_2014_03

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

Obrazec je složen ze čtverce a kruhu. Společná část má obsah 12 cm². Ve čtverci tvoří společná část dvě třetiny plochy, v kruhu čtvrtinu plochy.



(CERMAT)

max. 2 body

3

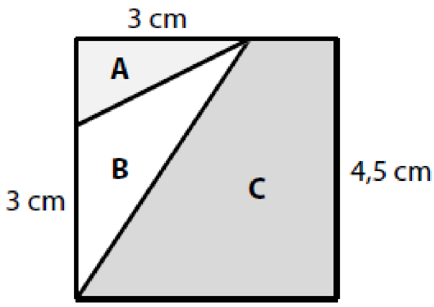
3.1 Vypočtěte obsah celého obrazce.

3.2 Vyjádřete poměr obsahů čtverce a kruhu v tomto pořadí.

19.4 MX_2014_23

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Čtverec se stranou délky 4,5 cm je rozdělen na tři rovinné obrazce: **A, B** a **C.**



(CERMAT)

max. 3 body

23 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

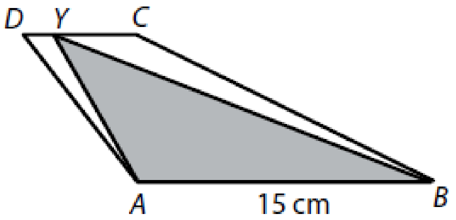
		A	N
23.1	Obsahy trojúhelníků A a B jsou v poměru 1 : 2.	☐	☐
23.2	Obsah trojúhelníku B tvoří dvě devítiny obsahu čtverce.	☐	☐
23.3	Obsahy obrazců B a C jsou v poměru 1 : 3.	☐	☐

19.5 MX_2015_06

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Bod Y leží uvnitř úsečky CD.

Obsah trojúhelníku ABY je roven $\frac{5}{6}$ obsahu lichoběžníku $ABCD$ ($AB \parallel CD$).



(CZVV)

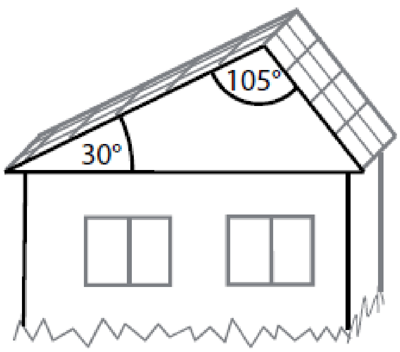
max. 2 body

6 Vypočtěte délku strany *CD* lichoběžníku *ABCD*.

19.6 MX_2015_20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Dvě části střechy domu tvoří obdélníky, které spolu svírají úhel 105°. Střecha má z každé strany jiný sklon (z levé strany 30°).



(CZVV)

2 body

20 V jakém poměru jsou velikosti ploch obou částí střechy?

A) $3 : 2$

B) $2 : \sqrt{3}$

C) $\sqrt{3} : \sqrt{2}$

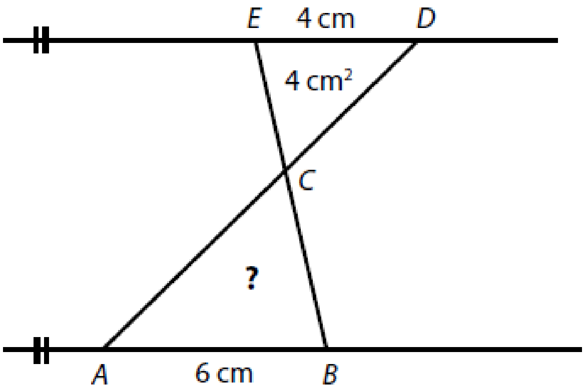
D) $\sqrt{3} : 1$

E) $\sqrt{2} : 1$

19.7 MX_2016_06

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Platí: $AB \parallel DE$, $C \in AD \cap BE$, $|AB| = 6$ cm, $|DE| = 4$ cm, $S_{\Delta CDE} = 4$ cm^2.



(CZVV)

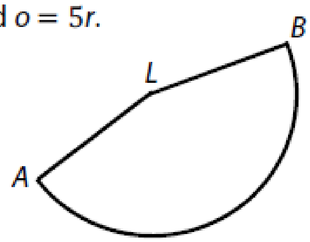
1 bod

6 **Vypočtěte $S_{\Delta ABC}$ (obsah trojúhelníku ABC).**

19.8 MX_2016_19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Z kruhu se středem L a poloměrem $r = 6$ cm je oddělena kruhová výseč, která má obvod $o = 5r$.



(CZVV)

2 body

19 **Jaký je obsah kruhové výseče?**

A) 15π cm^2

B) 54 cm^2

C) 18π cm^2

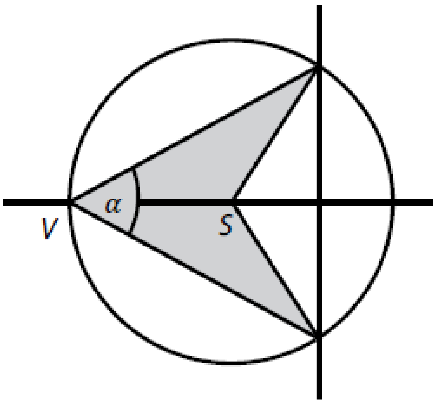
D) 108 cm^2

E) jiný obsah

19.9 MX_2017_20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Do kružnice se středem *S* a poloměrem 10 cm je vepsán tmavý osově souměrný obrazec. Pro velikost jeho vnitřního úhlu při vrcholu *V* platí: $\cos\alpha = 0{,}6$.



(CZVV)

2 body

20 Jaký je obsah tmavého obrazce?

A) menší než 60 cm^2

B) 60 cm^2

C) 75 cm^2

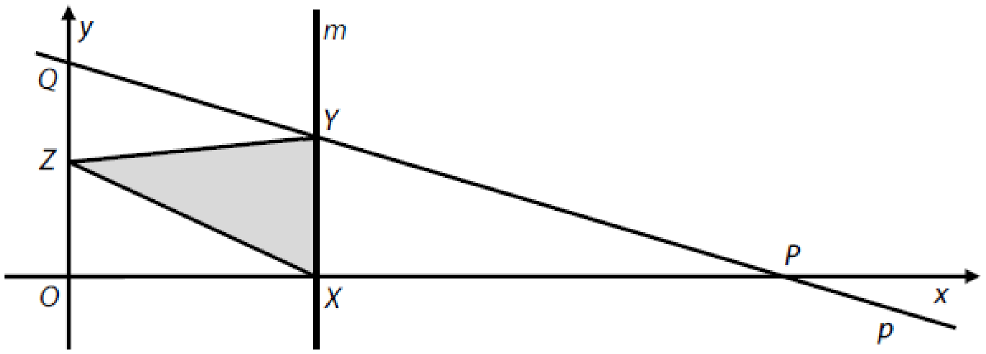
D) 80 cm^2

E) větší než 80 cm^2

19.10 MX_2018_11

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Trojúhelník *OPQ* je ohraničen souřadnicovými osami *x*, *y* a přímkou *p*: $x + 4y - 12 = 0$. Přímka *m* rovnoběžná se souřadnicovou osou *y* protíná strany *OP* a *PQ* trojúhelníku *OPQ* v bodech $X[x;\ 0]$ a $Y[x;\ y]$, které jsou vrcholy menšího trojúhelníku *XYZ*. Vrchol *Z* leží na souřadnicové ose y.



(CZVV)

max. 4 body

11

11.1 Vyjádřete obsah trojúhelníku *XYZ* v závislosti na *x*-ové souřadnici bodu *X*.

11.2 Určete největší možný obsah trojúhelníku *XYZ*.

11.3 Vypočtěte souřadnice vrcholu *Y* za předpokladu, že obsah trojúhelníku *XYZ* je 4 (j²).
Uveďte všechna řešení.

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy 11 celý **postup řešení**.

19.11 MX_2020_07

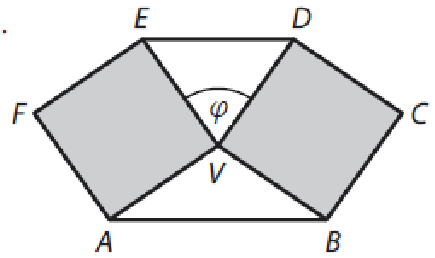
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Šestiúhelník *ABCDEF* je rozdělen na dva bílé rovnoramenné trojúhelníky a dva shodné tmavé čtverce. Všechny čtyři útvary mají společný vrchol *V*.

Součet obsahů obou bílých trojúhelníků označme S_B.

Součet obsahů obou tmavých čtverců označme S_T.

Úhel *DVE* má velikost $\varphi \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.



(CZVV)

max. 2 body

7

7.1 Vyjádřete poměr obsahů $S_B : S_T$ v závislosti na velikosti úhlu φ.

7.2 Vypočtěte velikost úhlu φ, je-li poměr obsahů $S_B : S_T$ roven 1 : 4.

19.12 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_01

1 Kružnice má délku o 10 cm větší, než je obvod pravidelného šestiúhelníku vepsaného do kružnice.

Vypočtěte obsah kruhu, jehož hranici tvoří tato kružnice.
Výsledek zaokrouhlete na dm^2.

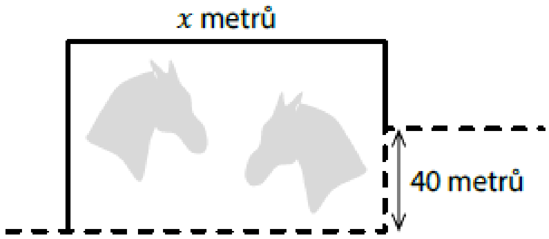
19.13 MX_2021P_11

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Výběh pro koně bude mít tvar pravoúhelníku, jehož strana měří x metrů.

K ohrazení části výběhu využijeme z již hotových hrazení sousedních pozemků (v obrázku jsou vyznačena čárkovanou čarou) úsek dlouhý $(x + 40)$ metrů.

Zbytek hranice výběhu bude tvořit plot v celkové délce 200 metrů.



(CZVV)

max. 4 body

11

11.1 Pro $x \in (0; 160)$ vyjádřete v m^2 rozlohu výběhu S v závislosti na veličině x.

11.2 Určete všechny hodnoty x, pro které bude mít výběh rozlohu **alespoň** 7 000 m^2.

11.3 Vypočtěte **největší** možnou rozlohu výběhu.

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy celý **postup řešení**.

19.14 MX_2022J_10

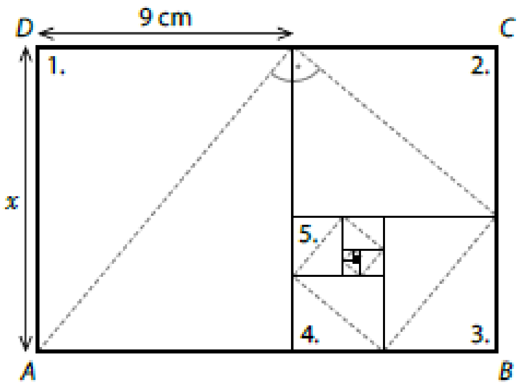
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Obdélník *ABCD* se skládá z nekonečně mnoha stále se zmenšujících obdélníků (viz obrázek), které jsou v pořadí od největšího očíslovány.

V prvním obdélníku je délka strany *AD* rovna x, délka sousední strany je 9 cm.

V každých dvou po sobě jdoucích obdélnících jsou úhlopříčky vycházející ze společného vrcholu na sebe kolmé. Všechny tyto úhlopříčky tvoří lomenou čáru délky ℓ.

Poměr podobnosti $k \in (0; 1)$ každých dvou po sobě jdoucích obdélníků je konstantní.



(CZVV)

max. 4 body

10

10.1 V závislosti na k vyjádřete délku x strany *AD*.

10.2 Vypočtěte hodnotu k pro $x = 6$ cm.

10.3 Vypočtěte délku ℓ lomené čáry pro $k = 0{,}8$. (Výsledek nezaokrouhlujte.)

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy celý **postup řešení**.

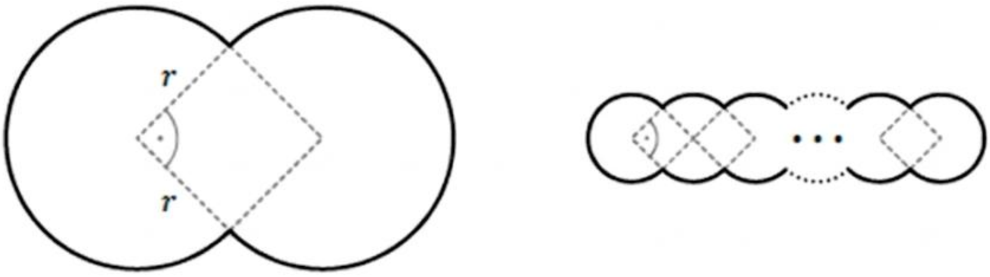
19.15 MX_2022J_18

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

První obrazec vznikl částečným překrytím kruhu o poloměru r shodným kruhem.

Druhý obrazec vznikl z většího počtu kruhů o poloměru $\frac{1}{3}r$ tak, že druhý a každý další kruh překryl pouze předchozí kruh, a to stejným způsobem jako v prvním obrazci.

Oba obrazce mají **stejný obvod**.



(CZVV)

2 body

18 Z kolika kruhů vznikl druhý obrazec?

A) z 8 kruhů

B) z 10 kruhů

C) z 12 kruhů

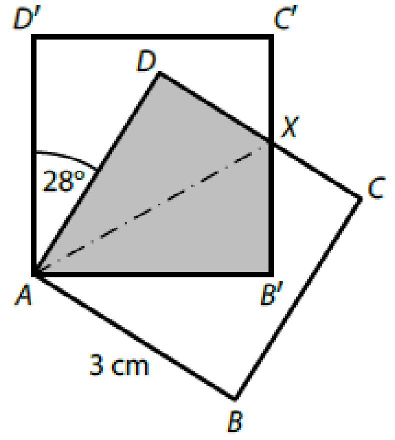
D) ze 14 kruhů

E) z jiného počtu kruhů

19.16 MX_2023J_19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

V otočení $\mathcal{R}(A; 28°)$ je čtverec $AB'C'D'$ obrazem čtverce $ABCD$ se stranou délky 3 cm.
Bod X je průsečík úseček CD a $B'C'$.
Průnikem obou čtverců je šedý čtyřúhelník $AB'XD$, který je osově souměrný podle osy AX.



(CZVV)

2 body

19 Jaký je obsah šedého čtyřúhelníku $AB'XD$?
(Výsledek je zaokrouhlen na desetiny cm^2.)

A) $4{,}6\ cm^2$

B) $4{,}8\ cm^2$

C) $5{,}0\ cm^2$

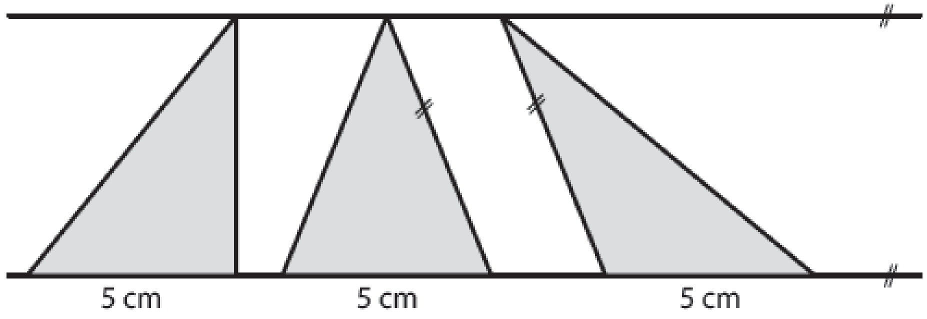
D) $5{,}2\ cm^2$

E) $5{,}4\ cm^2$

19.17 MX_2023P_22

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Mezi dvěma rovnoběžkami je umístěn jeden pravoúhlý, jeden rovnoramenný a jeden tupoúhlý trojúhelník. Ve všech třech trojúhelnících má **nejkratší** strana délku 5 cm.



(CZVV)

max. 3 body

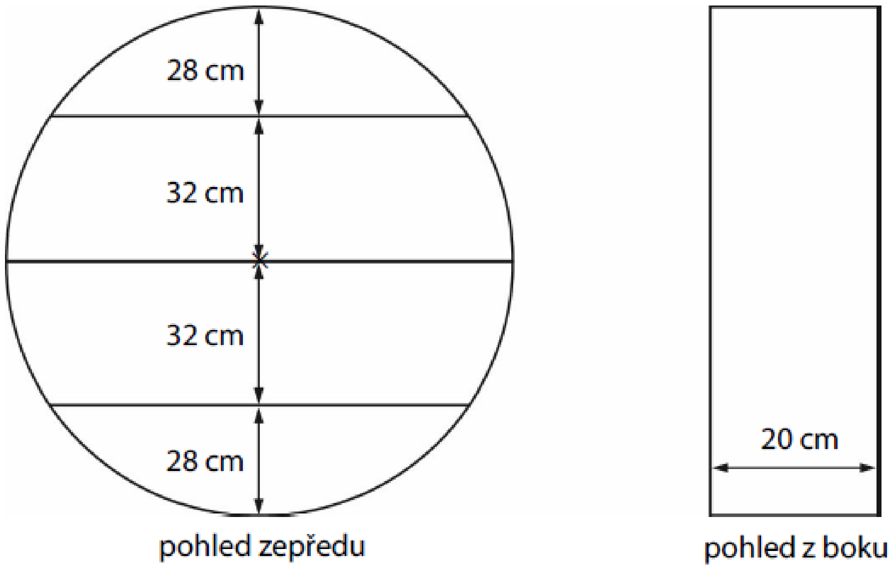
22 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (22.1–22.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
22.1	Obsah rovnoramenného trojúhelníku je větší než obsah tupoúhlého trojúhelníku.	☐	☐
22.2	Pro každou výšku v libovolném z uvedených trojúhelníků platí, že její velikost je <u>nepřímo</u> úměrná délce příslušné strany.	☐	☐
22.3	V tupoúhlém trojúhelníku jsou právě dvě výšky kratší než 5 cm.	☐	☐

19.18 MX_2024P_21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Nástěnná dřevěná knihovna se skládá ze tří obdélníkových polic, zadní kruhové desky a boční stěny, kterou tvoří plášť válce. Rozměry knihovny jsou uvedeny na obrázku. Symbol × značí střed knihovny. Délka každé police je znázorněná na obrázku. Šířka každé police je 20 cm.



2 body

21 Kolik cm² dřeva je potřeba na výrobu této knihovny? (Odřezky a tloušťku materiálu neuvažujte.)

Mezivýsledky nezaokrouhlujte a výslednou plochu zaokrouhlete na desítky.

A) 23 280

B) 24 110

C) 24 190

D) 25 190

E) 25 310

19.19 MX_2025J_09

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Zmenšený čtvercový plakát má o 64 % menší obsah než velký čtvercový plakát.
Přitom úhlopříčka zmenšeného plakátu je o 4 dm kratší než úhlopříčka velkého plakátu.

(CZVV)

max. 2 body

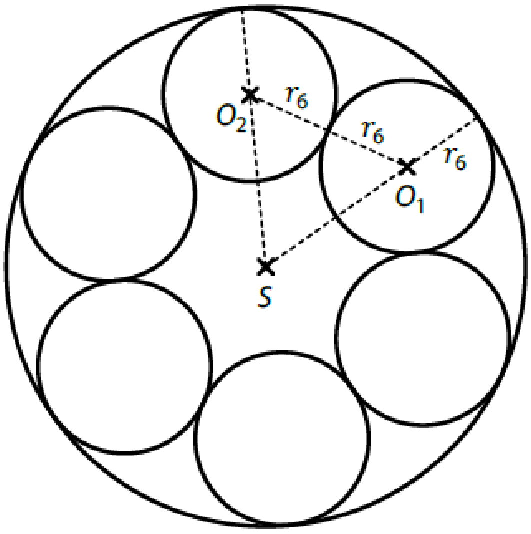
9 Vypočtěte, o kolik dm^2 se liší obsahy velkého a zmenšeného plakátu.

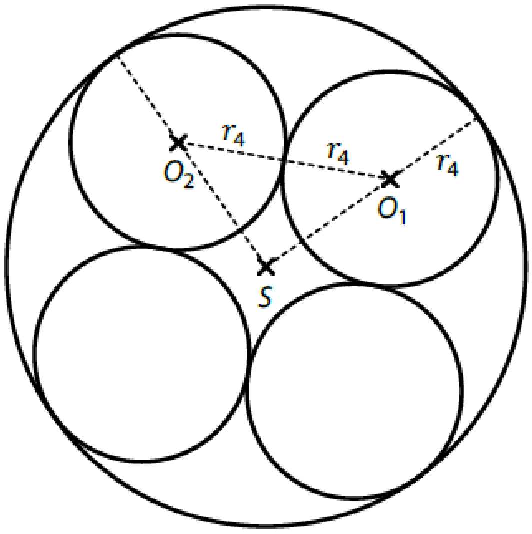
V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

19.20 MX_2025P_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 7–8

Do velkého kruhu se středem S a poloměrem r je vepsáno n shodných malých kruhů ($n \in \mathbf{N}$), z nichž se každý dotýká hranice velkého kruhu a dvou sousedních malých kruhů.
Označíme středy malých kruhů $O_1, O_2, \ldots, O_n$ a poloměr malého kruhu r_n.





(CZVV)

max. 2 body

7 Vyjádřete výrazem s proměnnou r poloměr malého kruhu r_n

7.1 pro $n = 6$,

7.2 pro $n = 4$.

19.21 MX_2025P_08

max. 2 body

8 Vyjádřete výrazem s proměnnými r a n poloměr malého kruhu r_n.

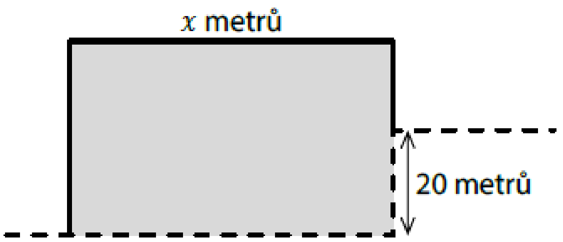
V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

19.22 MX_2025P_11

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Výběh pro ovce bude mít tvar pravoúhelníku, jehož strana měří x metrů.

Celý výběh má být oplocen. K ohrazení části výběhu využijeme v délce $(x + 20)$ metrů úsek z již existujícího plotu (v obrázku je tento plot vyznačen čárkovanou čarou). Zbytek hranice výběhu bude tvořit nový plot v celkové délce 320 metrů.



(CZVV)

max. 4 body

11

11.1 Pro $x \in (0; 300)$ vyjádřete v m^2 rozlohu výběhu S v závislosti na veličině x.

11.2 Určete všechny hodnoty x, pro které bude mít výběh rozlohu **alespoň** 12 000 m^2.

11.3 Vypočtěte v m^2 **největší** možnou rozlohu výběhu.

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy celý **postup řešení**.

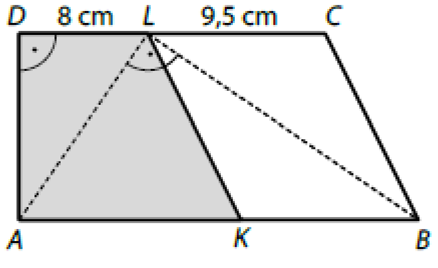
19.23 MX_2026J_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Velký pravoúhlý lichoběžník *ABCD* se základnami *AB*, *CD* a pravým úhlem při vrcholu *D* byl úsečkou *KL* rozdělen na šedý lichoběžník *AKLD* a rovnoběžník *KBCL* (viz obrázek).

Bod *L* dělí stranu *CD* na úsečky *DL* a *CL* o délkách 8 cm a 9,5 cm. Velikost úhlu *ALB* je 90°.

Šedý lichoběžník a rovnoběžník mají **stejný obsah**.



(CZVV)

max. 3 body

7 Vypočtěte

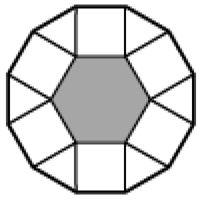
7.1 v cm délku úsečky *AK*,

7.2 v cm^2 obsah velkého lichoběžníku *ABCD*.

19.24 MX_2026J_20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Podlaha altánu má tvar konvexního mnohoúhelníku, který se skládá z tmavého pravidelného šestiúhelníku, shodných bílých čtverců a shodných bílých rovnostranných trojúhelníků (viz obrázek).



(CZVV)

2 body

20 Kolik procent z celkové plochy podlahy altánu tvoří tmavá část?
(Výsledek je zaokrouhlen na celá procenta.)

A) 21 %

B) 23 %

C) 25 %

D) 26 %

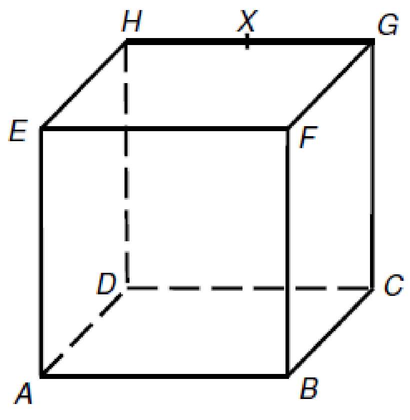
E) 27 %

20 STEREOMETRIE - povrchy a objemy

20.1 MX_2014_ilustracni_test_09

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 9–10

Bod X je střed hrany GH krychle $ABCDEFGH$.



(CERMAT)

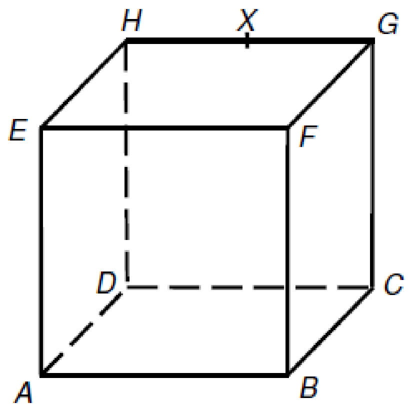
1 bod

9 Určete odchylku φ přímek EX a CG.

20.2 MX_2014_ilustracni_test_10

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 9–10

Bod X je střed hrany GH krychle $ABCDEFGH$.



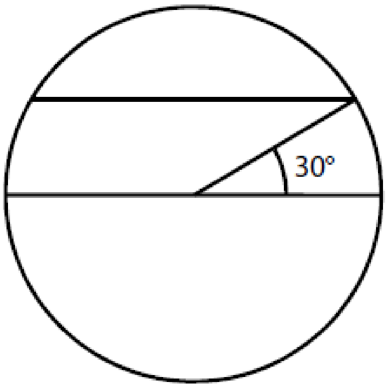
max. 2 body

10 **Sestrojte řez krychle rovinou, která obsahuje hranu EH a je rovnoběžná s přímkou XB. Řez vyšrafujte.**

20.3 MX_2014_ilustracni_test_20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Zeměkoule má poloměr přibližně 6 370 km. Spojnice středu zeměkoule s libovolným bodem na třicáté rovnoběžce svírá s pomyslnou rovinou rovníku úhel 30°.



(CERMAT)

2 body

20 Jaký je obsah kulového pásu mezi rovníkem a třicátou rovnoběžkou po zaokrouhlení na miliony km²?

A) $127 \cdot 10^6\ \text{km}^2$

B) $147 \cdot 10^6\ \text{km}^2$

C) $220 \cdot 10^6\ \text{km}^2$

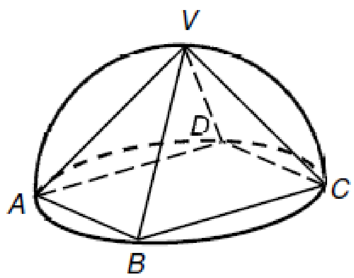
D) $441 \cdot 10^6\ \text{km}^2$

E) jiný obsah

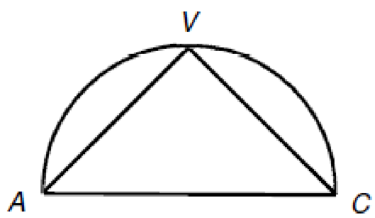
20.4 MX_2014_09

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Do polokoule je vepsán pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$.



Svislý řez



(CERMAT)

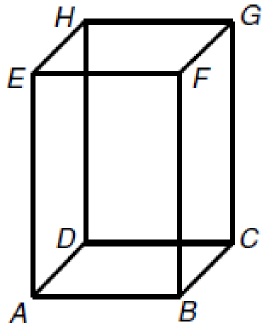
max. 2 body

9 Vypočtěte, kolikrát větší je objem polokoule než objem jehlanu.

20.5 MX_2014_10

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V kvádru $ABCDEFGH$ je $|AB| = |AD| = 4$ cm, $|AE| = 6$ cm.



(CERMAT)

max. 3 body

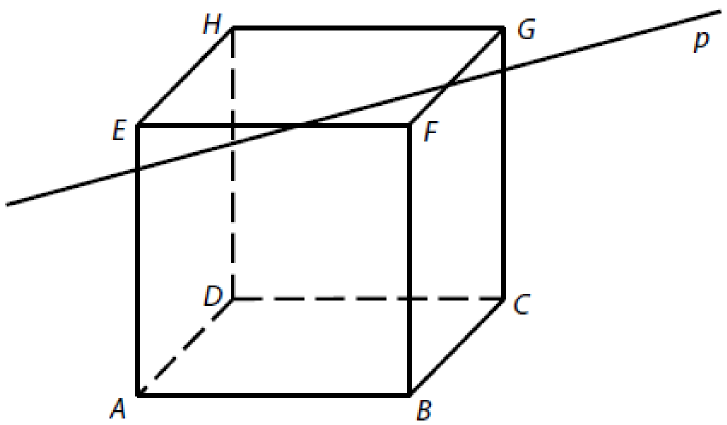
10 V tělese vyznačte odchylku φ přímky BH od roviny ABF a vypočtěte její velikost. Výsledek zaokrouhlete na celé stupně.

V záznamovém archu uveďte **postup řešení.** Objekty zakreslete do obrázku propisovací tužkou.

20.6 MX_2015_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Přímka p leží v rovině EFG horní stěny krychle $ABCDEFGH$. Rovina σ je určena přímkou p a vrcholem D.



(CZVV)

max. 2 body

7 Sestrojte řez krychle $ABCDEFGH$ rovinou σ.

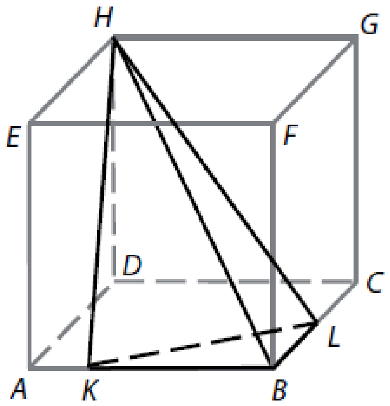
V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry **propisovací tužkou**.

20.7 MX_2015_19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

V krychli $ABCDEFGH$ je bod L středem hrany BC a bod K leží ve čtvrtině hrany AB blíže k bodu A ($K \in AB \wedge |KB| = 3|AK|$).

Objem tělesa $KBLH$ je 2 cm³.



(CZVV)

2 body

19 **Jaký je objem krychle *ABCDEFGH*?**

A) 8 cm³

B) 12 cm³

C) 24 cm³

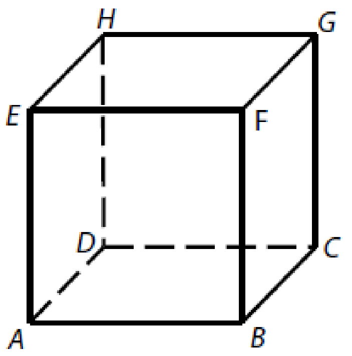
D) 32 cm³

E) jiný objem

20.8 MX_2016_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Délka hrany krychle *ABCDEFGH* je 4 cm.



(CZVV)

max. 2 body

7 Vypočtěte vzdálenost *d* bodu *A* od přímky *FH*. Nezaokrouhlujte.

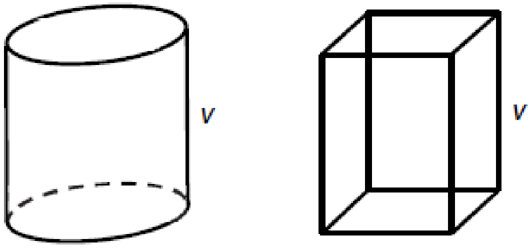
V záznamovém archu uveďte **náčrtek situace a postup řešení**. **Čáry** obtáhněte **propisovací tužkou**.

20.9 MX_2016_20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Je dán rotační válec a kvádr se čtvercovou podstavou. Obě tělesa mají stejnou výšku v a stejný obsah pláště S_{pl}.

Objem válce je k-krát větší než objem pravidelného čtyřbokého hranolu.



(CZVV)

2 body

20 Jaká je hodnota násobku k?

A) 2π

B) $\frac{2}{\pi}$

C) $\frac{4}{\pi}$

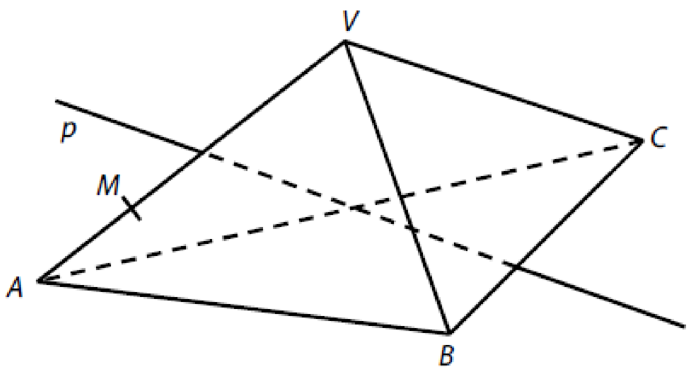
D) $\frac{2}{\pi^2}$

E) $\frac{4}{\pi^2}$

20.10 MX_2017_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V trojbokém jehlanu *ABCV* je na hraně *AV* umístěn bod *M*. Přímka *p* leží v rovině *ABC*.



(CZVV)

max. 2 body

7 **Sestrojte řez jehlanu** *ABCV* **rovinou** *pM***.**

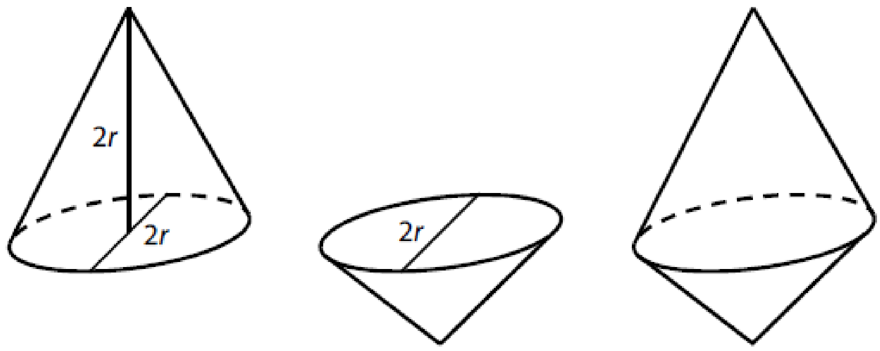
Vrcholy mnohoúhelníku tvořícího řez označte *M*, *N*, *O*, … a řez vyšrafujte.

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry **propisovací tužkou**.

20.11 MX_2017_22

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Těleso se skládá ze dvou kuželů se společnou podstavou.
V prvním kuželi je výška stejná jako průměr podstavy. Druhý kužel má poloviční objem, než je objem prvního kužele.



(CZVV)

2 body

22 Jaký je povrch tělesa?

A) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})\cdot \pi r^2$

B) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})\cdot \pi r^2$

C) $(1+\sqrt{3}+\sqrt{2})\cdot \pi r^2$

D) $1{,}5\sqrt{5}\cdot \pi r^2$

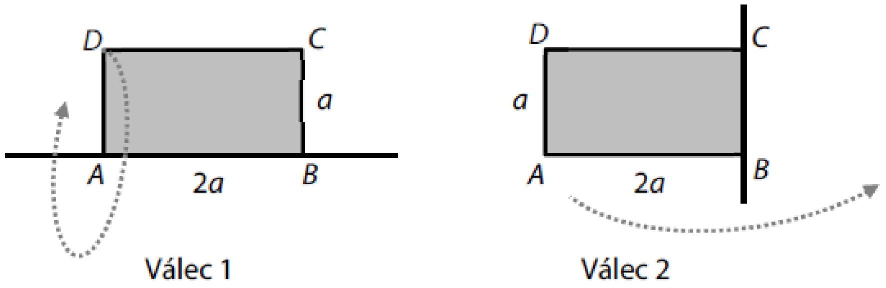
E) jiný povrch

20.12 MX_2018_20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Rotací obdélníku *ABCD* kolem přímky *AB* vznikne válec o objemu V_1 a rotací obdélníku *ABCD* kolem přímky *BC* válec o objemu V_2.

Platí: $|AB| = 2a$, $|BC| = a$.



(CZVV)

2 body

20 Které z následujících tvrzení je pravdivé?

A) Objem V_1 je dvojnásobkem objemu V_2.

B) Objem V_1 je stejný jako objem V_2.

C) Objem V_1 je polovinou objemu V_2.

D) Objem V_1 je čtvrtinou objemu V_2.

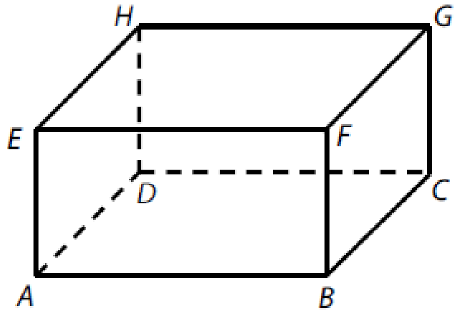
E) Žádné z výše uvedených tvrzení není pravdivé.

20.13 MX_2018_21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

V kvádru *ABCDEFGH* platí:

$|AB| = |AD| = 4$ cm, $|AE| = 2$ cm.



(CZVV)

2 body

21 Jaká je vzdálenost bodu *A* od přímky *FH*?

A) $2 \cdot \sqrt{3}$ cm

B) $3 \cdot \sqrt{2}$ cm

C) $2 \cdot \sqrt{5}$ cm

D) 3 cm

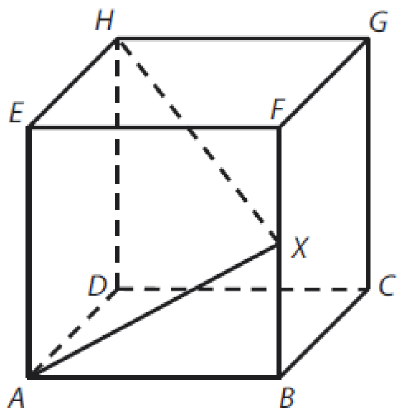
E) jiná vzdálenost

20.14 MX_2019_09

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V krychli *ABCDEFGH* je bod *X* střed hrany *BF*.

Platí: $|AX| = \sqrt{20}$ cm.



(CZVV)

max. 2 body

9 Vypočtěte v cm

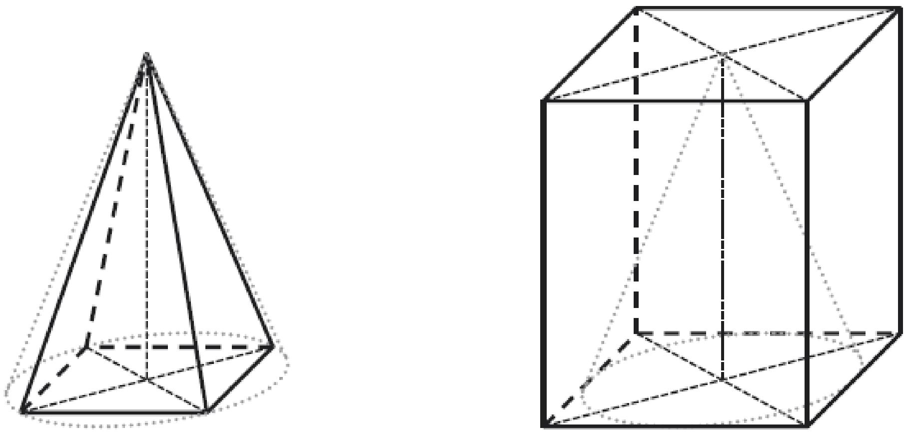
9.1 délku hrany krychle,

9.2 vzdálenost bodů *X* a *H*.

20.15 MX_2019_20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Do rotačního kužele je vepsán pravidelný čtyřboký jehlan. Témuž kuželi je opsán pravidelný čtyřboký hranol.



(CZVV)

2 body

20 Kolikrát větší je objem hranolu než objem jehlanu?

A) méně než 5krát

B) 5krát

C) $\frac{5\pi}{3}$krát

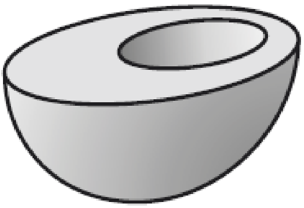
D) 6krát

E) více než 6krát

20.16 MX_2019_21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

V dřevěné polokouli s poloměrem r byla vytvořena prohlubeň tvaru polokoule s poloměrem $\frac{r}{2}$ tak, že podstavy obou polokoulí leží v téže rovině.



(CZVV)

2 body

21 Jaký je povrch vytvořeného tělesa (včetně plochy prohlubně)?

A) $\frac{5\pi r^2}{2}$

B) $\frac{13\pi r^2}{4}$

C) $\frac{7\pi r^2}{2}$

D) $\frac{15\pi r^2}{4}$

E) jiný povrch

20.17 MX_2020_19

2 body

19 Bod $A[0; 1; 2]$ je vrchol krychle *ABCDEFGH*.
Stěna *EFGH* této krychle leží v rovině $\varrho\colon 2x - 3y + z + 15 = 0$.

Jaký je povrch této krychle?

A) menší než 84

B) 84

C) 126

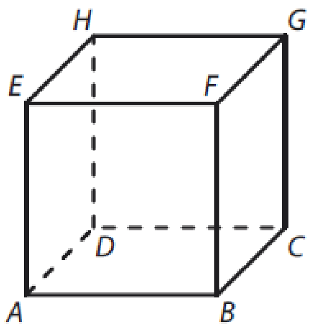
D) 192

E) větší než 192

20.18 MX_2020_20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

V krychli *ABCDEFGH* s hranou délky 6 cm je umístěn **trojboký** jehlan *ACEH*.



(CZVV)

2 body

20 Jaký je objem trojbokého jehlanu *ACEH*?

A) 36 cm^3

B) 48 cm^3

C) 54 cm^3

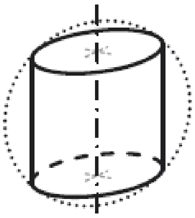
D) 72 cm^3

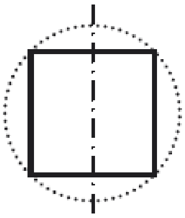
E) jiný objem

20.19 MX_2020_21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Kulová plocha o poloměru r je opsána rovnostrannému válci.
(Výška rovnostranného válce se shoduje s průměrem podstavy.)





Osový řez válce

(CZVV)

2 body

21 Jaký je objem válce?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \pi r^3$

B) $\frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \pi r^3$

C) $\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \pi r^3$

D) $\frac{\sqrt{2}}{8} \cdot \pi r^3$

E) jiný objem

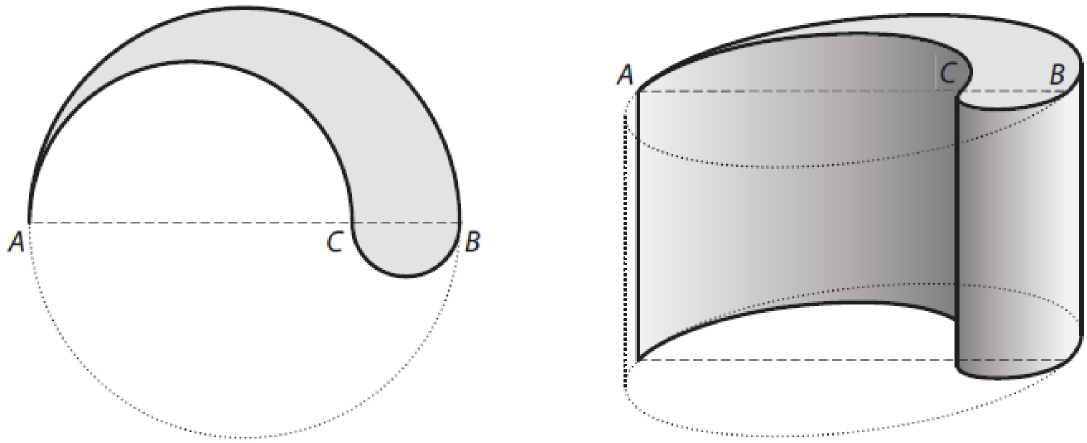
20.20 MX_2020_22

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Z rotačního válce s výškou 10 cm a průměrem podstavy 16 cm bylo vysoustruženo nové kolmé těleso stejné výšky.

Podstava nového tělesa je ohraničena třemi půlkružnicemi s krajními body *A*, *B*, *C*, kde bod *C* dělí průměr *AB* podstavy původního válce na dvě úsečky, z nichž *CB* má délku 4 cm.

Podstava nového tělesa



Nové těleso je (obdobně jako rotační válec) ohraničeno dvěma podstavami a pláštěm.

(CZVV)

2 body

22 O kolik cm² se liší <u>obsah pláště</u> nového tělesa a obsah pláště původního válce?

A) Nové těleso má obsah pláště o 32π cm² menší než původní válec.

B) Nové těleso má obsah pláště o 16π cm² menší než původní válec.

C) Oba obsahy jsou stejné.

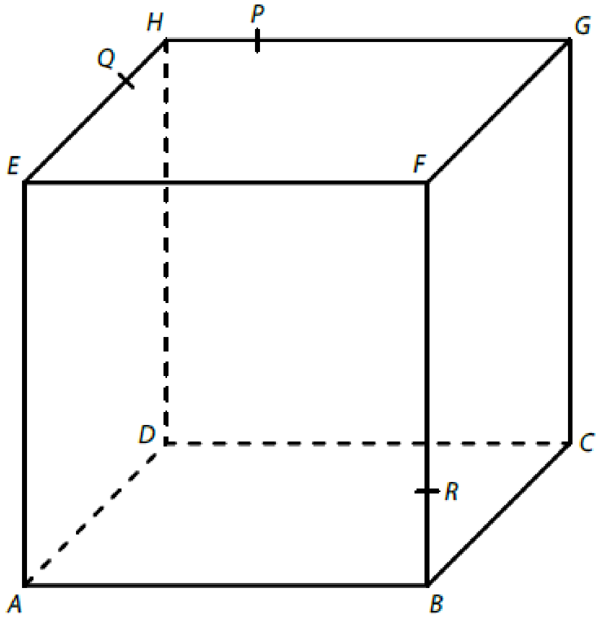
D) Nové těleso má obsah pláště o 32π cm² větší než původní válec.

E) Obsahy se liší jinak, než je výše uvedeno.

20.21 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_01

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 1

V krychli *ABCDEFGH*, kde $|AB| = 6$ cm, je bod *P* vnitřním bodem hrany *HG*, bod *Q* vnitřním bodem hrany *EH* a bod *R* vnitřním bodem hrany *BF*.



(CZVV)

1 Sestrojte řez krychle rovinou *PQR*.

20.22 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_02

2 Určete počet tělesových úhlopříček v konvexním pětibokém kolmém hranolu.

20.23 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_03

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Pro odstraňování ropných havárií na otevřeném moři se používají speciální hmoty, které jsou schopny svým povrchem absorbovat ropu z mořské hladiny. 1 cm^2 povrchu takové hmoty je schopen absorbovat až 20 g ropy.

Z krychle této suroviny o hraně délky 1 m lze technologickým způsobem bez materiálových ztrát vyrobit směs kuliček o středním **průměru** 2 mm.

(CZVV)

3 **Kolik kuliček lze za uvedených podmínek připravit?**
(Výsledek je zaokrouhlen na dvě platné číslice.)

A) 240 tisíc

B) 24 milionů

C) 120 milionů

D) 240 milionů

E) jiný počet

20.24 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_04

4 V pravidelném šestibokém hranolu $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$ jsou dány následující dvojice rovin:

ABC, $D'E'F'$
ABB', $CC'F'$
BDD', $A'AE$
$A'F'F$, EDD'
ACF', $A'B'D$

V kolika případech se jedná o dvojici různoběžných rovin?

A) právě v jednom

B) právě ve dvou

C) právě ve třech

D) právě ve čtyřech

E) ve všech pěti

20.25 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_05

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

V kotli tvaru polokoule o vnitřním průměru 86 cm je hladina vody 5 cm pod okrajem kotle.

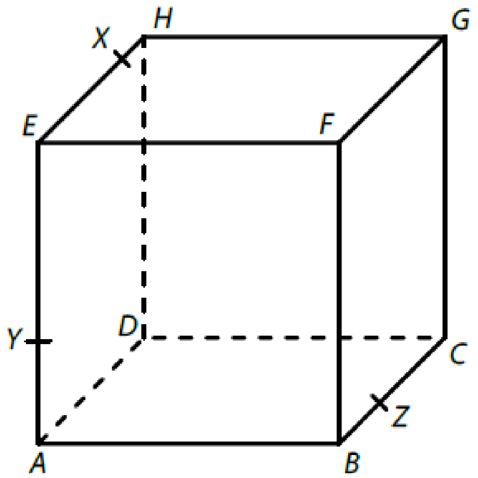
(CZVV)

5 **Kolik litrů vody je v kotli?**
Výsledek zaokrouhlete na celé litry.

20.26 MX_2021J_08

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V krychli *ABCDEFGH* leží bod *X* na hraně *EH*, bod *Y* leží na hraně *AE* a bod *Z* na hraně *BC*.



(CZVV)

max. 2 body

8 Sestrojte řez krychle *ABCDEFGH* rovinou *XYZ*.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

20.27 MX_2021J_20

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Uvažujme dvě tělesa – **rotační válec** a **polokouli**.

Výška válce je o polovinu větší než poloměr r jeho podstavy.

Povrch polokoule (tedy včetně podstavy) je stejný jako povrch válce. Poloměr polokoule označme R.

(CZVV)

2 body

20 Který vztah vyjadřuje závislost poloměrů R a r?

A) $R = r$

B) $R = \frac{5}{3} \cdot r$

C) $R = \sqrt{3} \cdot r$

D) $R = \frac{\sqrt{30}}{2} \cdot r$

E) $R = \frac{\sqrt{15}}{3} \cdot r$

20.28 MX_2021J_21

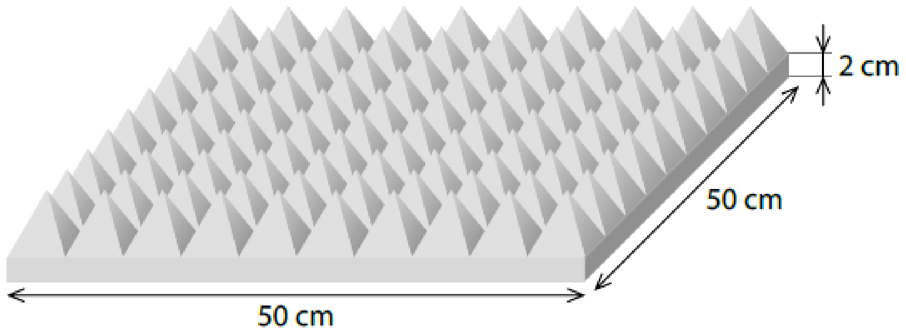
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

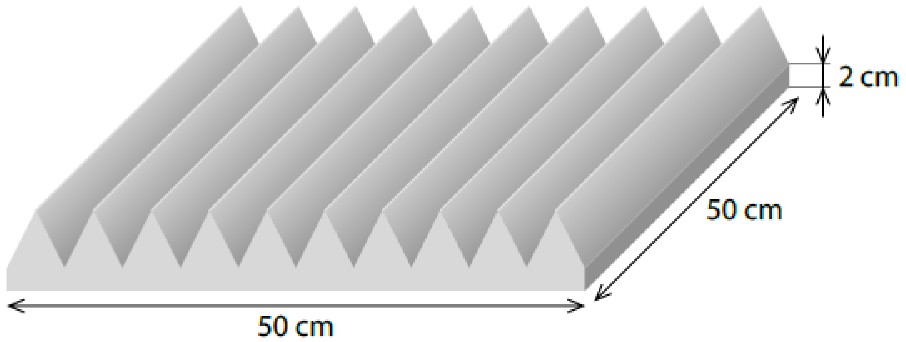
Profilované desky z akustické pěny se vyrábějí ve dvou provedeních.

Spodní část každé desky tvoří **platforma** tvaru pravidelného čtyřbokého hranolu s podstavnou hranou délky 50 cm a výškou 2 cm.

V prvním provedení horní podstavu platformy zcela pokrývá 100 shodných pravidelných čtyřbokých jehlanů. V každém jehlanu je výška stejná jako délka podstavné hrany.

Ve druhém provedení horní podstavu platformy zcela pokrývá 10 shodných kolmých trojbokých hranolů. Podstava trojbokého hranolu má tvar rovnoramenného trojúhelníku, který přiléhá k platformě svou základnou. Výška na základnu je stejná jako délka základny.





(CZVV)

2 body

2 body

21 **Jaký je poměr objemů obou provedení akustických desek (větší objem ku menšímu)?**

A) 27 : 22

B) 14 : 9

C) 3 : 2

D) 2 : 1

E) jiný poměr

20.29 MX_2021P_13

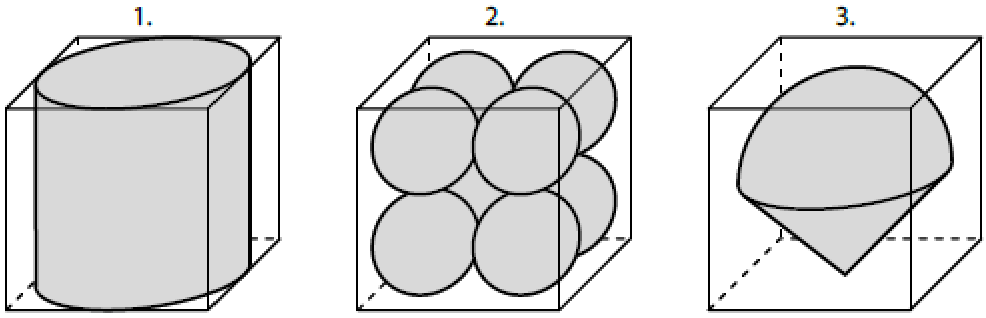
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Jsou dány 3 shodné krychle o hraně délky a.

Do 1. krychle vepíšeme rotační válec, jehož podstavy leží v protějších stěnách krychle.

Do 2. krychle vepíšeme 8 shodných koulí tak, aby se každá z nich dotýkala tří stěn krychle a tří koulí.

Do 3. krychle vepíšeme těleso složené z rotačního kužele a polokoule. Kužel a polokoule mají společnou podstavu, jejíž poloměr je shodný s výškou kužele. Vrchol kužele leží ve středu jedné stěny krychle. (Složené těleso se dotýká každé stěny krychle.)



(CZVV)

max. 3 body

13 Přiřaďte ke každé otázce (13.1–13.3) správnou odpověď (A–F).

13.1 Jaký je objem rotačního válce v 1. krychli? ______

13.2 Jaký je celkový objem 8 koulí v 2. krychli? ______

13.3 Jaký je objem složeného tělesa ve 3. krychli? ______

A) $\frac{\pi}{2}a^3$

B) $\frac{\pi}{3}a^3$

C) $\frac{\pi}{4}a^3$

D) $\frac{\pi}{6}a^3$

E) $\frac{\pi}{8}a^3$

F) jiný objem

20.30 MX_2021P_14

2 body

14 Těleso vznikne rotací pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníku kolem odvěsny délky 3 cm.

Jaký je povrch tohoto tělesa?

A) $9\pi \cdot (1 + \sqrt{3})$ cm^2

B) $9\pi \cdot (1 + \sqrt{2})$ cm^2

C) 18π cm^2

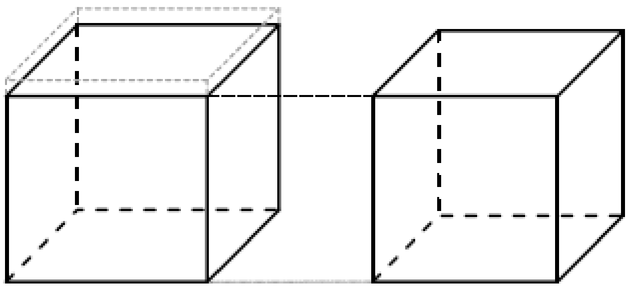
D) 6π cm^2

E) jiný povrch

20.31 MX_2021P_19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Hugo stavěl ze stejných krychliček velkou krychli, ale k dokončení mu chyběla celá poslední vrstva krychliček. Když z této nedokončené krychle 105 krychliček odebral, vznikla menší krychle, která byla o jednu vrstvu krychliček nižší, než měla být velká krychle.



(CZVV)

2 body

19 **Kolik krychliček měl Hugo?**

A) méně než 576

B) 576

C) 617

D) 648

E) více než 648

20.32 MX_2022J_19

2 body

19 Krychli je jedna koule vepsána a druhá koule opsána.

Kolikrát je povrch opsané koule větší než povrch vepsané koule?

A) 2krát

B) $2\sqrt{2}$krát

C) 3krát

D) $3\sqrt{3}$krát

E) jiný násobek

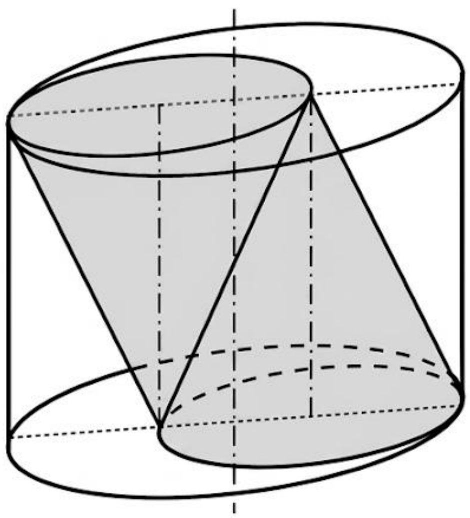
20.33 MX_2022J_20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Část skleněného rotačního válce tvoří dva shodné rotační kužele z šedého skla.

Každý z kuželů má osu rovnoběžnou s osou válce a podstavu, která leží uvnitř jedné z podstav válce a dotýká se pláště válce.
Kužele mají právě jednu společnou stranu. Tato strana protíná osu válce.

Zbytek válce je z čirého skla.



(CZVV)

2 body

20 **Kolik procent objemu válce je z <u>čirého</u> skla?**

A) alespoň 40 %, ale méně než 50 %

B) alespoň 50 %, ale méně než 60 %

C) alespoň 60 %, ale méně než 70 %

D) alespoň 70 %, ale méně než 80 %

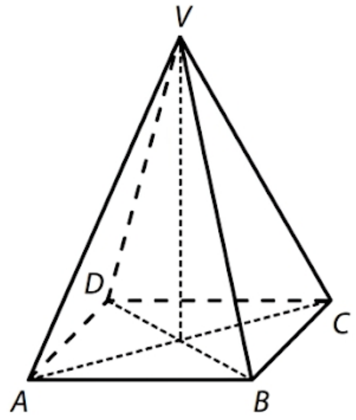
E) alespoň 80 %

20.34 MX_2022J_21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

V kartézské soustavě souřadnic *Oxyz* je umístěn pravidelný čtyřboký jehlan *ABCDV*, pro který platí:

$B[-1; 2; 0]$, $D[3; -2; 2]$, $V[5; 2; -3]$



(CZVV)

2 body

21 Jaká je rovnice roviny *ABC*?

A) $x + 2y + 2z - 3 = 0$

B) $y + 2z - 2 = 0$

C) $x - 2z + 1 = 0$

D) $x - y - 1 = 0$

E) $2x + y - 2z = 0$

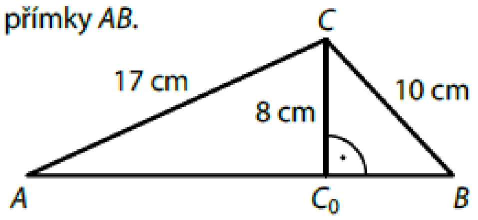
20.35 MX_2023J_06

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Rotační těleso vzniklo rotací trojúhelníku *ABC* kolem přímky *AB*.

V trojúhelníku *ABC* je vnitřní úhel při vrcholu *C* tupý, úsečka CC_0 je výška na stranu *AB* a platí:

$|AC| = 17$ cm, $|BC| = 10$ cm, $|CC_0| = 8$ cm



(CZVV)

max. 2 body

6 Vypočtěte

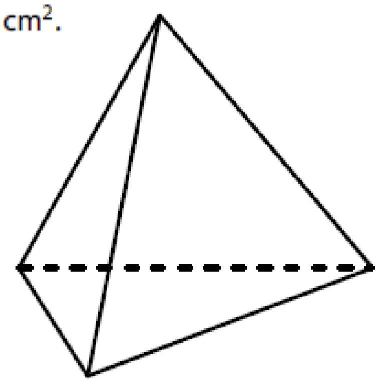
6.1 v cm^2 povrch rotačního tělesa,

6.2 v cm^3 objem rotačního tělesa.

20.36 MX_2023J_22

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Je dán pravidelný čtyřstěn, jehož každá stěna má obsah $9\sqrt{3}\ \text{cm}^2$.



(CZVV)

max. 3 body

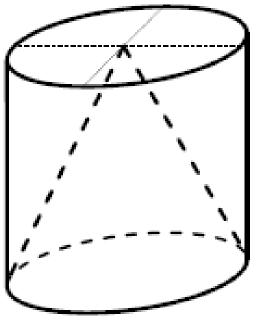
22 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (22.1–22.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
22.1	Délka hrany čtyřstěnu je 6 cm.	☐	☐
22.2	Výška čtyřstěnu je větší než 5 cm.	☐	☐
22.3	Objem čtyřstěnu je $18\sqrt{2}\ \text{cm}^3$.	☐	☐

20.37 MX_2023P_17

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 17

Do rovnostranného válce je vepsán rotační kužel tak, že osy obou těles splývají.
Povrch válce je k-krát větší než povrch kužele.



(Rovnostranný válec je rotační válec, jehož osovým řezem je čtverec.)

(CZVV)

2 body

17 Jaká je hodnota násobku k?

A) $\frac{4}{\sqrt{5}}$

B) $\frac{6}{\sqrt{5}}$

C) $\frac{4}{1+\sqrt{3}}$

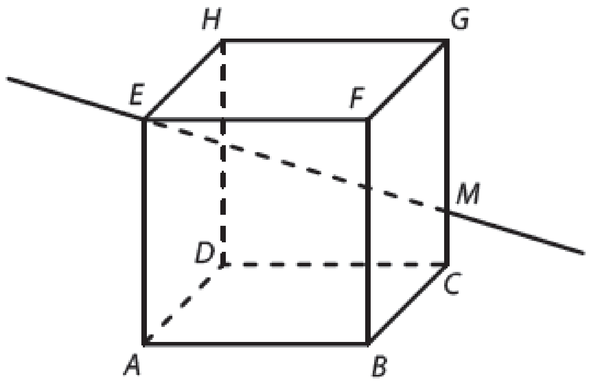
D) $\frac{6}{1+\sqrt{3}}$

E) $\frac{6}{1+\sqrt{5}}$

20.38 MX_2023P_18

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Bod *M* leží uvnitř hrany *CG* krychle *ABCDEFGH*.



(CZVV)

2 body

18 Která přímka má s přímkou *EM* společný bod?

A) ↔*HB*

B) ↔*HC*

C) ↔*AC*

D) ↔*BC*

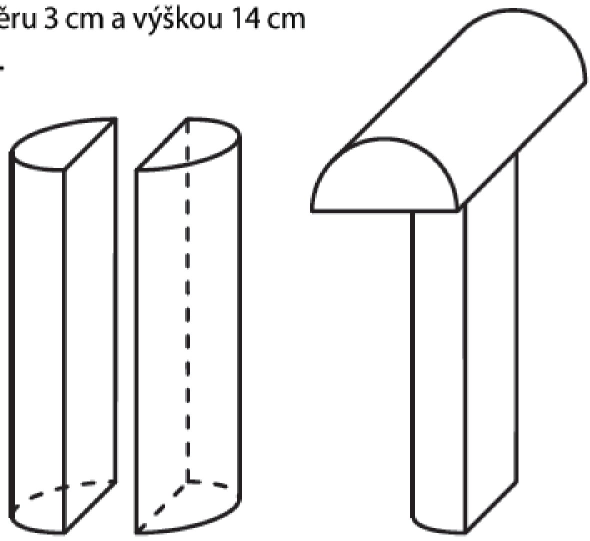
E) žádná z uvedených přímek

20.39 MX_2024J_21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Dřevěný rotační válec s podstavou o poloměru 3 cm a výškou 14 cm byl osovým řezem rozdělen na dva půlválce.

Jeden z půlválců byl celou plochou horní podstavy přilepen k ploše řezu druhého půlválce (viz obrázek).



2 body

21 Jaký je povrch slepeného tělesa?

Výsledek je zaokrouhlen na celé cm^2.

A) 376 cm^2

B) 396 cm^2

C) 460 cm^2

D) 474 cm^2

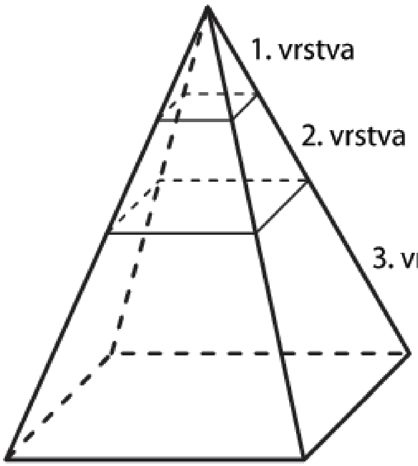
E) jiný povrch

20.40 MX_2024J_22

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Svíčka tvaru jehlanu se skládá ze tří vrstev s rovnoběžnými podstavami (viz obrázek).

Výška 2. vrstvy je stejná jako výška 1. vrstvy a výška 3. vrstvy je dvakrát větší než výška 1. vrstvy.



max. 3 body

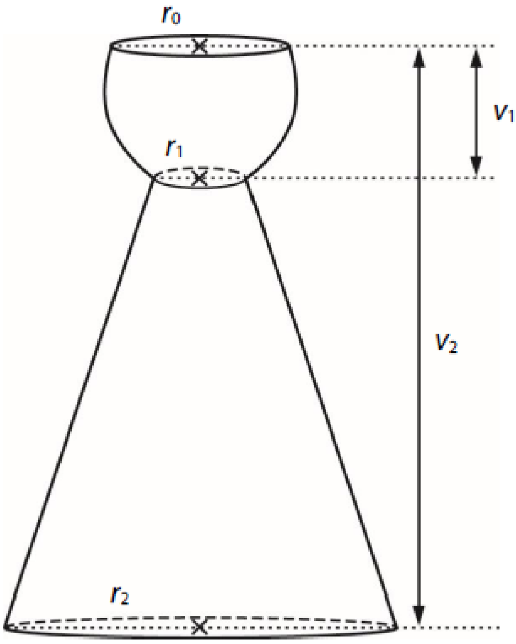
22 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (22.1–22.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

	A	N
22.1 Poměr objemu 1. vrstvy ku objemu celé svíčky je 1 : 64.	☐	☐
22.2 Poměr objemu 1. vrstvy ku objemu 2. vrstvy je 1 : 8.	☐	☐
22.3 Poměr objemu 2. vrstvy ku objemu 3. vrstvy je 1 : 8.	☐	☐

20.41 MX_2024P_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Váza se skládá ze dvou částí. Spodní část vázy má tvar komolého kužele. Horní část vázy má tvar kulové vrstvy. Obě části mají společnou podstavu.



Rozměry označené na obrázku (vnitřní rozměry vázy):

výška $v_1 = 4{,}5$ cm
výška $v_2 = 20$ cm
poloměr $r_0 = 2{,}75$ cm
poloměr $r_1 = 2{,}0$ cm
poloměr $r_2 = 5{,}5$ cm

max. 3 body

7

7.1 Vypočtěte objem vody V_0, který pojme váza z výchozího textu, jsou-li obě její části naplněny až po horní okraj.

Výsledek uveďte v litrech s přesností na **jedno desetinné místo**.

7.2 Najděte vnitřní poloměr r podstavy takové válcové vázy, která má stejnou výšku a stejný objem jako váza z výchozího textu.

Výsledek uveďte v centimetrech s přesností na **jedno desetinné místo**.

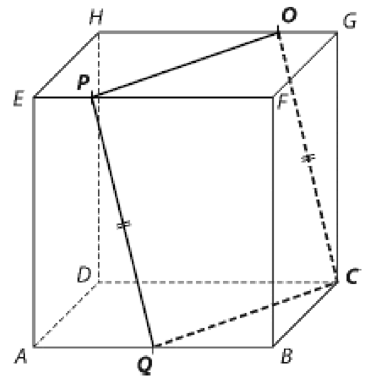
Mezivýsledky nezaokrouhlujte.
Do záznamového archu uveďte u obou podúloh celý **postup řešení**.

20.42 MX_2024P_16

2 body

16 **Který z následujících obrázků <u>nepředstavuje</u> řez krychle *ABCDEFGH* rovinou určenou body *O, P a Q*? Bod *S* leží ve středu a bod *R* ve čtvrtině délky dané hrany od jejího krajního vrcholu.**

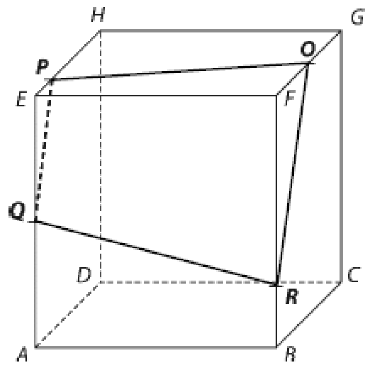
A)



$O \in GH$, $P \in EF$, $Q \in AB$,

$|GO| = \frac{1}{4}|GH|$, $|EP| = \frac{1}{4}|EF|$, $|AQ| = \frac{1}{2}|AB|$

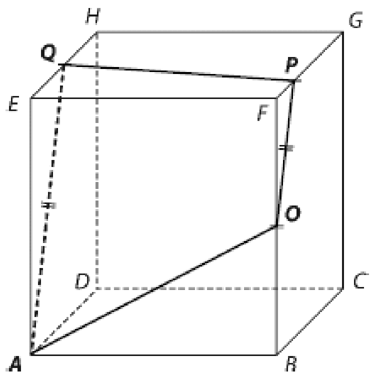
B)



$O \in FG$, $P \in EH$, $Q \in AE$, $R \in BF$,

$|FO| = \frac{1}{2}|FG|$, $|EP| = \frac{1}{4}|EH|$, $|AQ| = \frac{1}{2}|AE|$

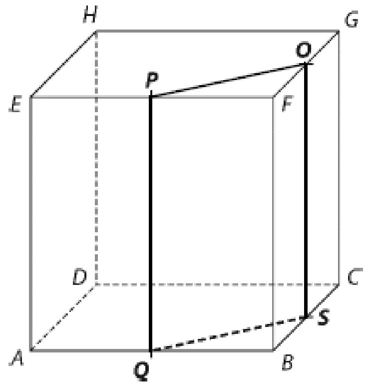
C)



$O \in BF$, $P \in FG$, $Q \in EH$,

$|BO| = \frac{1}{2}|BF|$, $|FP| = \frac{1}{4}|FG|$, $|EQ| = \frac{1}{2}|EH|$

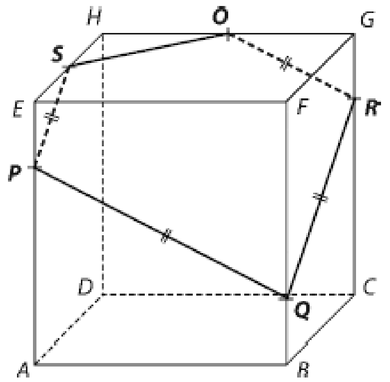
D)



$O \in FG$, $P \in EF$, $Q \in AB$, $S \in BC$,

$|FO| = \frac{1}{2}|FG|$, $|EP| = \frac{1}{2}|EF|$, $|AQ| = \frac{1}{2}|AB|$

E)



$O \in GH, P \in AE, Q \in BF, R \in CG, S \in EH,$

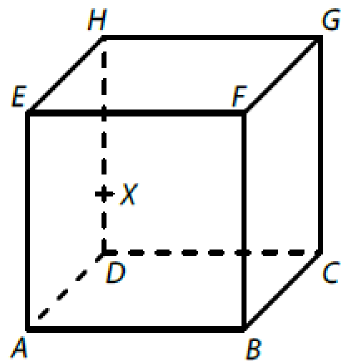
$|GO| = \frac{1}{2}|GH|$, $|EP| = \frac{1}{4}|AE|$, $|BQ| = \frac{1}{4}|BF|$

20.43 MX_2025J_19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Je dána krychle *ABCDEFGH* a bod *X*, který je vnitřním bodem hrany *DH*.

Řez krychle rovinou ϱ, která prochází bodem *X*, vrcholem *G* a ještě jedním vrcholem krychle, má tvar trojúhelníku.



(CZVV)

2 body

19 Který z následujících vrcholů krychle leží v rovině ϱ?

A) vrchol *A*

B) vrchol *B*

C) vrchol *C*

D) vrchol *D*

E) vrchol *E*

20.44 MX_2025J_20

2 body

20 Délky hran kvádru vycházejících z téhož vrcholu jsou v poměru $1 : \sqrt{2} : 2$.
Obsah stěny s nejkratší stěnovou úhlopříčkou je $S = 2 \cdot \sqrt{2}$ cm^2.

Jaký je objem kvádru?

A) 4 cm^3

B) $4 \cdot \sqrt{2}$ cm^3

C) 8 cm^3

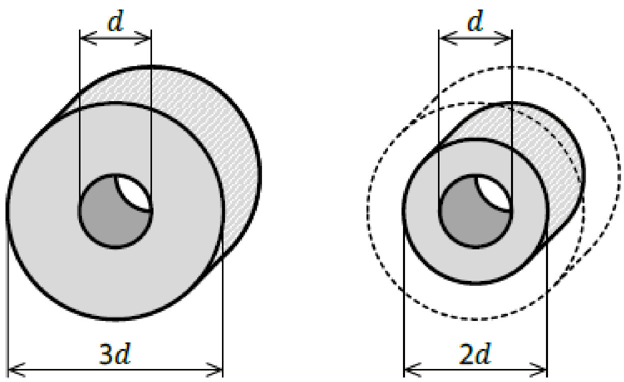
D) $8 \cdot \sqrt{2}$ cm^3

E) 16 cm^3

20.45 MX_2025J_21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Navinutý toaletní papír má tvar dutého rotačního válce, jehož podstavou je mezikruží s vnitřním průměrem d a vnějším průměrem $3d$.
Odvinutím části toaletního papíru se vnější průměr podstavy dutého válce zmenšil na $2d$.



Délka navinutého toaletního papíru je přímo úměrná objemu dutého válce.

(CZVV)

2 body

21 **Jaká část celkové délky toaletního papíru byla odvinuta?**

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{9}{16}$

C) $\frac{7}{12}$

D) $\frac{5}{8}$

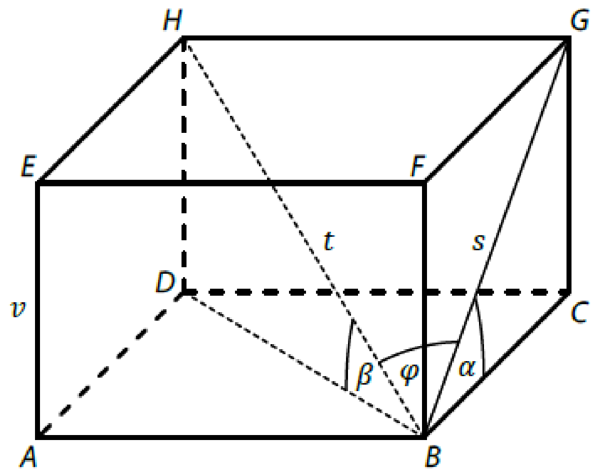
E) $\frac{3}{4}$

20.46 MX_2025J_22

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

V libovolném kvádru *ABCDEFGH* vyznačíme následující veličiny:

v je délka hrany *AE*, s je délka stěnové úhlopříčky *BG*, t je délka tělesové úhlopříčky *BH*,
α je odchylka stěnové úhlopříčky *BG* od roviny podstavy *ABCD*,
β je odchylka tělesové úhlopříčky *BH* od roviny podstavy *ABCD*,
φ je odchylka tělesové úhlopříčky *BH* a stěnové úhlopříčky *BG*.



(CZVV)

max. 3 body

22 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (22.1–22.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
22.1	V každém kvádru *ABCDEFGH* platí $\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \dfrac{s}{t}$.	☐	☐
22.2	V každém kvádru *ABCDEFGH* platí $\sin\varphi = \dfrac{s}{t}$.	☐	☐
22.3	Existuje kvádr *ABCDEFGH*, v němž platí $\beta = \alpha$.	☐	☐

20.47 MX_2025P_13

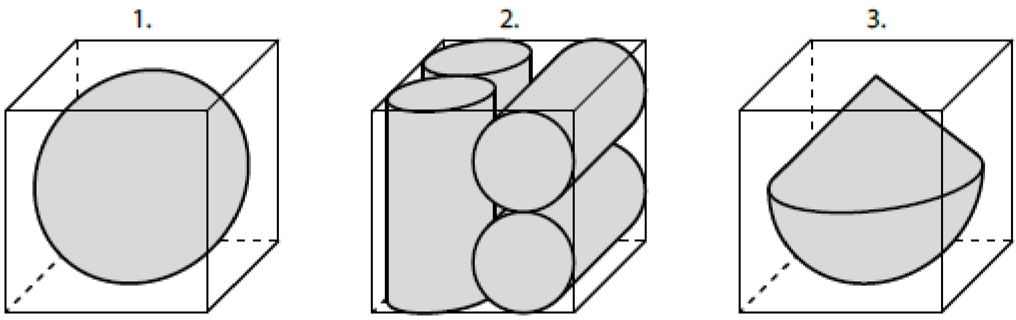
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Jsou dány 3 shodné krychle o hraně délky a.

Do 1. krychle vepíšeme kouli.

Do 2. krychle vepíšeme 4 shodné rotační válce tak, že všechny mají podstavy v protějších stěnách krychle a každý se pláštěm dotýká dvou stěn krychle a všech zbývajících válců.

Do 3. krychle vepíšeme těleso složené z rotačního kužele a polokoule. Kužel a polokoule mají společnou podstavu, jejíž poloměr je shodný s výškou kužele. Vrchol kužele leží ve středu jedné stěny krychle. (Složené těleso se dotýká každé stěny krychle.)



(CZVV)

max. 3 body

13 Přiřaďte ke každé otázce (13.1–13.3) správnou odpověď (A–F).

13.1 Jaký je objem koule v 1. krychli? _____

13.2 Jaký je celkový objem 4 válců v 2. krychli? _____

13.3 Jaký je objem složeného tělesa ve 3. krychli? _____

A) $\frac{\pi}{2}a^3$

B) $\frac{\pi}{3}a^3$

C) $\frac{\pi}{4}a^3$

D) $\frac{\pi}{6}a^3$

E) $\frac{\pi}{8}a^3$

F) jiný objem

20.48 MX_2025P_14

2 body

14 Těleso vznikne rotací pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníku kolem přepony délky 6 cm.

Jaký je povrch tohoto tělesa?

A) $36\pi \cdot (1+\sqrt{2})$ cm^2

B) $18\pi \cdot (1+\sqrt{2})$ cm^2

C) $18\pi \cdot \sqrt{2}$ cm^2

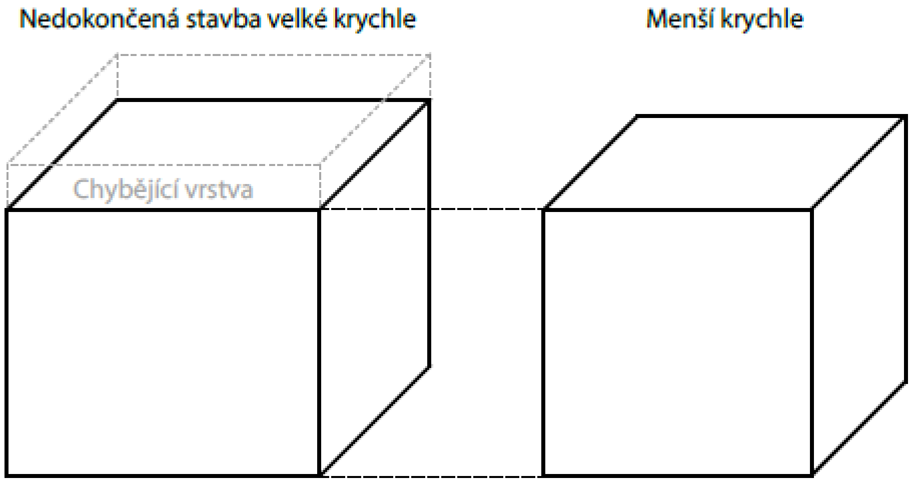
D) 18π cm^2

E) jiný povrch

20.49 MX_2025P_19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Filip stavěl ze shodných krychliček postupně odspodu po vrstvách velkou krychli, ale když mu chyběla k dokončení už jen poslední vrstva, krychličky mu došly.
Proto z této nedokončené stavby 300 krychliček odebral, a vznikla tak menší krychle, která byla o jednu vrstvu krychliček nižší, než měla být velká krychle.



(CZVV)

2 body

19 **Kolik krychliček měl Filip k dispozici?**

A) méně než 1300

B) 1300

C) 1631

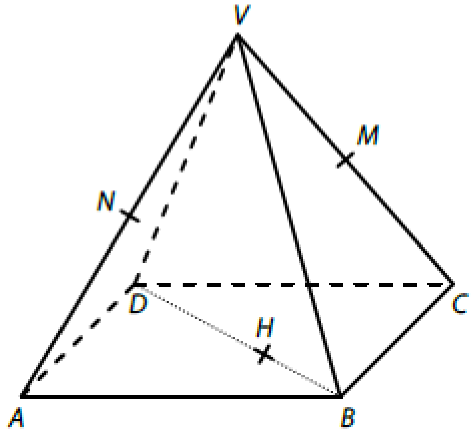
D) 1984

E) více než 1984

20.50 MX_2026J_07

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Je dán pravidelný čtyřboký jehlan *ABCDV* a body *H*, *M*, *N*.
Bod *H* leží na úhlopříčce *BD* a body *M*, *N* jsou **středy** hran *CV* a *AV* jehlanu *ABCDV*.



(CZVV)

max. 2 body

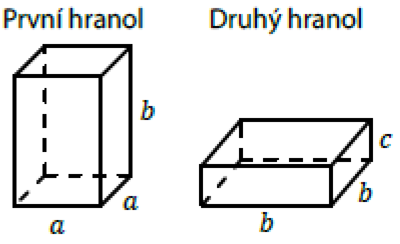
9 Sestrojte řez jehlanu *ABCDV* rovinou *HMN*.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

20.51 MX_2026J_21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Jsou dány dva pravidelné čtyřboké hranoly.
První hranol má rozměry a, a, b,
druhý hranol b, b, c.
Přitom platí $a : b = 2 : 3$.
Oba hranoly mají **stejný povrch**.
Objem prvního hranolu označíme V_1,
objem druhého hranolu V_2.



(CZVV)

2 body

21 Jaký je poměr objemů $V_1 : V_2$?

A) 12 : 7

B) 11 : 7

C) 9 : 7

D) 8 : 7

E) 1 : 1

21 POSLOUPNOSTI A ŘADY

21.1 MX_2014_ilustracni_test_14

max. 3 body

14 Přiřaďte k prvním dvěma členům každé z uvedených posloupností (14.1–14.3) následující člen (A–E), jestliže $a \in \mathrm{R}\setminus\{0\}$.

14.1 Aritmetická posloupnost: $-a;\ \frac{a}{2};$ ______

14.2 Geometrická posloupnost: $-\frac{a}{2};\ a;$ ______

14.3 Geometrická posloupnost: $\frac{1}{2};\ -a;$ ______

A) $2a^2$

B) $2a$

C) 0

D) $-2a$

E) jiný člen

21.2 MX_2014_ilustracni_test_16

2 body

16 V aritmetické posloupnosti platí:

$a_3 + a_4 = a_5$

$a_3 = 8$

Které z následujících tvrzení je <u>nepravdivé</u>?

A) $a_1 + a_2 + a_3 = 0$

B) $a_2 + a_3 + a_4 = 24$

C) $a_2 + a_3 = 8$

D) $a_2 + a_3 < a_4$

E) $a_4 + a_5 < a_6$

21.3 MX_2014_15

2 body

15 V geometrické posloupnosti platí:

$a_1 + a_2 = 4$

$a_3 - a_1 = -16$

Do kterého z uvedených intervalů patří kvocient q posloupnosti?

A) $\langle -8; -6)$

B) $\langle -6; -4)$

C) $\langle -4; -2)$

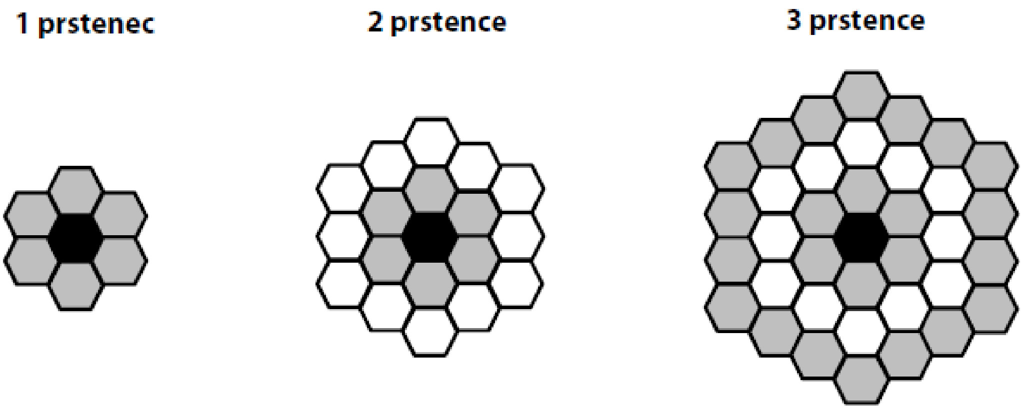
D) $\langle -2; 0)$

E) $\langle 0; 8 \rangle$

21.4 MX_2014_16

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Dlažba kolem stožáru na vlajku (černý otvor) vytváří pravidelné tmavé a světlé prstence. (Všechny dlažební kostky jsou shodné pravidelné šestiboké hranoly.)



(CERMAT)

2 body

16 Kolik prstenců je vytvořeno z 1 260 dlaždic?

A) 15

B) 18

C) 20

D) 21

E) 28

21.5 MX_2015_11

max. 2 body

11 Pro $n \in \mathbf{N}$ řešte rovnici:

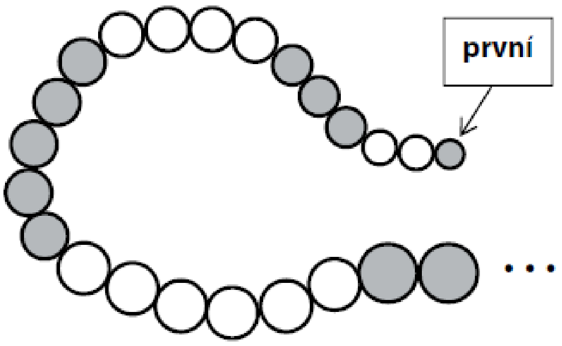
$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{4\,080}{2^{n+4}}$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

21.6 MX_2015_12

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

V Kocourkově vydláždili cestu od radnice kulatými dlaždicemi.



První den položili jednu dlaždici s průměrem 51 cm, druhý den dvě dlaždice s průměrem 52 cm, další den tři dlaždice s průměrem 53 cm atd.

Až do konce pokračovali podle stejného pravidla. Každý den položili o 1 dlaždici více než v předešlém dni a zároveň se průměr dlaždic zvětšil o 1 cm.

Poslední den položili největší počet dlaždic, a to s průměrem 130 cm.

(CZVV)

max. 3 body

12

12.1 Vypočtěte, kolik dlaždic na cestě mělo průměr 130 cm.

12.2 Vypočtěte, kolika dlaždicemi v Kocourkově vydláždili celou cestu.

12.3 Vypočtěte průměr dlaždice, která byla položena na cestě jako tisící v pořadí.

Ve všech částech úlohy 12 uveďte **v záznamovém archu** celý **postup řešení**.

21.7 MX_2015_17

2 body

17 Existuje takové $x \in \mathbf{R}$, že čísla $x - \sqrt{6}$; $\sqrt{x}$; $x + \sqrt{6}$ tvoří tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti.

Jaký je kvocient této posloupnosti?

A) $\sqrt{6}$

B) $\sqrt{3}$

C) $\sqrt{6} - \sqrt{3}$

D) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$

E) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

21.8 MX_2016_12

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Jsou dány dvě nekonečné řady:

$a + a^2 + a^3 + a^4 + \cdots + a^n + \cdots$

$b - b^2 + b^3 - b^4 + \cdots + (-1)^{n+1}b^n + \cdots$

Uvažujme takové dvojice hodnot $a \in \left(0; \frac{1}{3}\right)$ a $b \in (0; 1)$, pro něž mají obě řady **stejný součet** s.

(CZVV)

max. 4 body

12

12.1 **Vypočtěte b, jestliže je $a = \frac{1}{6}$.**

12.2 **Vyjádřete b v závislosti na a.**

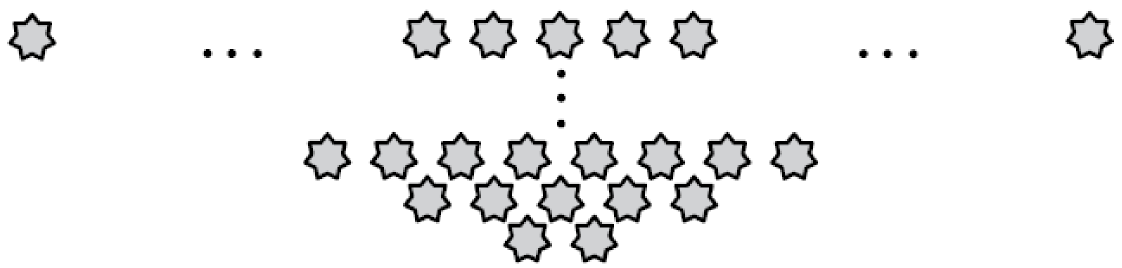
12.3 **Vypočtěte součet s, jestliže je $b = 2a$.**

Ve všech částech úlohy 12 uveďte **v záznamovém archu** celý **postup řešení.**

21.9 MX_2016_18

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Hvězdičky jsou v obrazci umístěny v řadách nad sebou. Počty hvězdiček v jednotlivých řadách tvoří konečnou aritmetickou posloupnost. V nejkratší řadě jsou dvě hvězdičky. Počet hvězdiček v nejdelší řadě je o 99 větší než počet všech řad.



(CZVV)

2 body

18 Kolik hvězdiček obsahuje celý obrazec?

A) méně než 3 775

B) 3 775

C) 3 876

D) více než 3 876

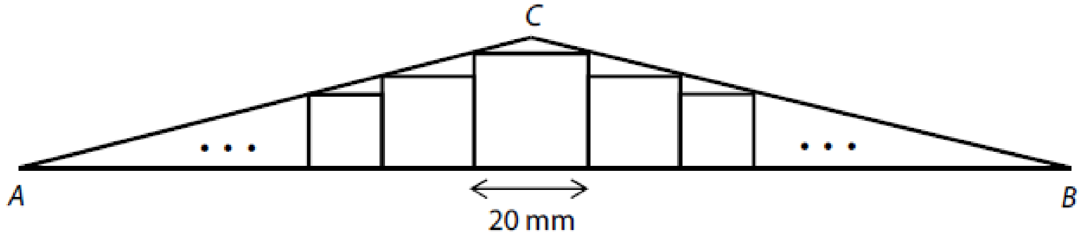
E) Úloha nemá řešení.

21.10 MX_2017_11

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Do rovnoramenného trojúhelníku *ABC* je vepsáno nekonečně mnoho čtverců. Jedna strana každého čtverce leží na základně *AB* trojúhelníku. Čtverce se vzájemně dotýkají.

Největší čtverec s délkou strany 20 mm je umístěn tak, že osa trojúhelníku je současně osou čtverce. Každé dva sousední čtverce mají jeden společný vrchol a délky jejich stran jsou v poměru 5 : 4.



(CZVV)

max. 3 body

11 Vypočtěte v mm² obsah trojúhelníku *ABC*.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

21.11 MX_2017_12

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Posloupnost obsahuje n po sobě jdoucích celých čísel $a_1, a_2, \dots, a_n$, z nichž nejmenší je a_1.

Platí: $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n$, kde $n \in \mathbf{N}$.

(CZVV)

max. 4 body

12

12.1 **Pro $n = 15$ vypočtěte a_1.**

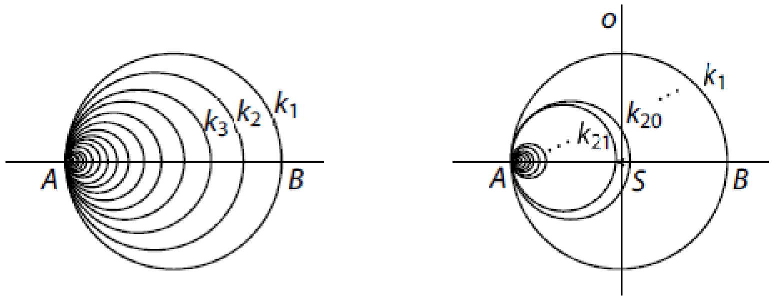
12.2 **Určete n, jestliže je $a_1 = -20$.**

12.3 **Vyjádřete a_1 v závislosti na n a uveďte množinu všech n, pro něž daná posloupnost existuje.**

Ve všech částech úlohy 12 uveďte **v záznamovém archu** celý **postup řešení.**

21.12 MX_2018_12

VÝCHOZÍ OBRÁZEK A TEXT K ÚLOZE 12



Nad průměrem AB je sestrojena kružnice k_1 s poloměrem r.

Kružnice k_1 se zobrazí na kružnici k_2 ve stejnolehlosti se středem A a koeficientem $\varkappa \in (0; 1)$. V téže stejnolehlosti se zobrazí kružnice k_2 na kružnici k_3, kružnice k_3 na kružnici k_4, …, tedy pro každé $n \in \mathbf{N}$ se zobrazí kružnice k_n na kružnici k_{n+1}.

(CZVV)

max. 4 body

12

12.1 Pro $\varkappa = \frac{7}{8}$ a $r = 4$ cm vypočtěte v cm součet délek o_n všech těchto kružnic k_n, tj.

$$o_1 + o_2 + o_3 + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} o_n .$$

12.2 Určete interval, v němž se může nacházet koeficient $\varkappa$, jestliže osa o úsečky AB protíná každou z kružnic k_1 až k_{20} ve dvou bodech, ale s kružnicí k_{21} již nemá žádný společný bod.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy 12 celý **postup řešení**.

21.13 MX_2018_23

max. 3 body

23 Rozhodněte o každé z posloupností $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ (23.1–23.3) daných vzorcem pro n–tý člen, zda je aritmetická (A), či nikoli (N).

		A	N
23.1	$a_n = 2^n \cdot \log 2$	☐	☐
23.2	$a_n = 2 \cdot \log 2^n$	☐	☐
23.3	$a_n = 3n + \frac{5-n}{2}$	☐	☐

21.14 MX_2019_10

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Byla vybrána skupina tří zaměstnanců, jejichž platy tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Z těchto tří platů je nejvyšší plat o 25 % vyšší než nejnižší plat a aritmetický průměr všech tří platů je 36 000 korun.

(CZVV)

max. 2 body

10 Vypočtěte, o kolik korun se liší nejvyšší a nejnižší plat ve vybrané skupině.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

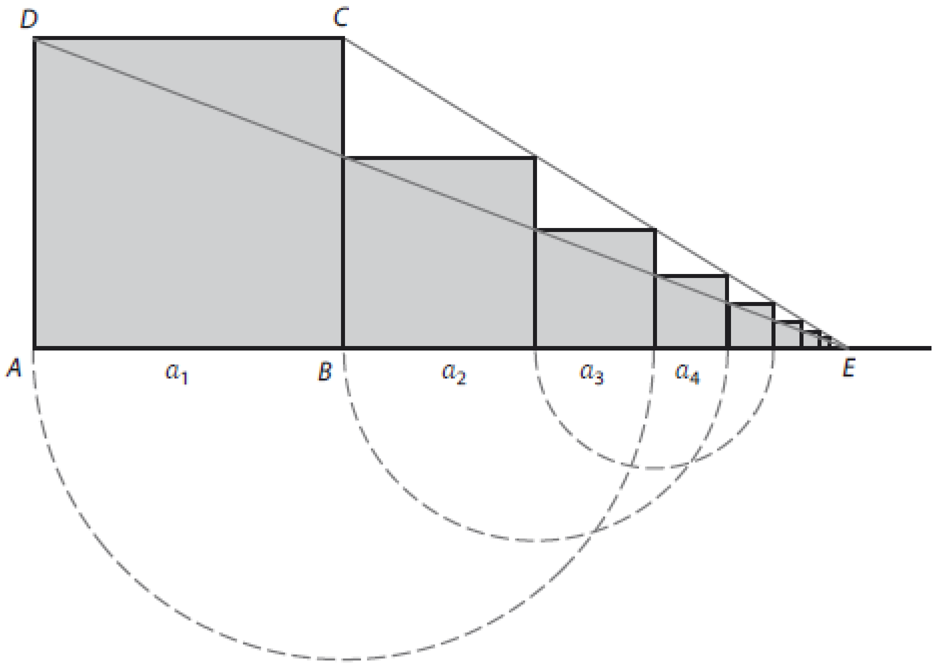
21.15 MX_2019_12

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Každý ze zobrazených čtverců má dva sousední vrcholy na přímce *AE*, další vrchol na přímce *CE* a poslední vrchol na přímce *DE*.

Zobrazené čtverce splňují současně následující podmínky:

- délka strany prvního čtverce je $a_1 = 1$ dm,
- délky stran všech po sobě jdoucích čtverců tvoří geometrickou posloupnost,
- délka strany každého čtverce je součtem délek stran dvou následujících čtverců.



(CZVV)

max. 4 body

12

12.1 Vyjádřete (bez zaokrouhlení) kvocient q dané posloupnosti.

12.2 Vypočtěte v dm (bez zaokrouhlení) délku úsečky *AE*.

12.3 Vypočtěte v dm^2 obsah trojúhelníku *CDE*.

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy 12 celý **postup řešení**.

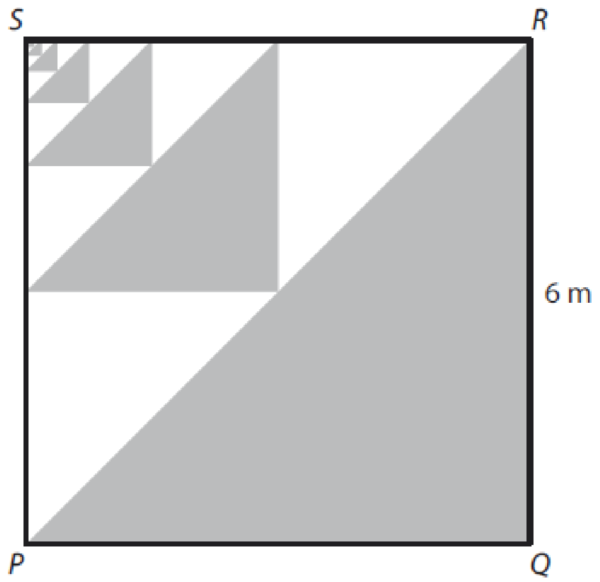
21.16 MX_2020_10

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Ve čtverci *PQRS* o straně délky 6 m je nekonečně mnoho stále se zmenšujících tmavých rovnoramenných pravoúhlých trojúhelníků. Největší z nich je trojúhelník *PQR*.

Každý následující trojúhelník má vrchol pravého úhlu uprostřed přepony předchozího trojúhelníku, což je i jediný společný bod obou trojúhelníků.

Středem stejnolehlosti libovolné dvojice těchto trojúhelníků je vrchol *S*.



(CZVV)

max. 2 body

10 Vyjádřete poměr obsahu všech bílých ploch ku obsahu všech tmavých ploch ve čtverci *PQRS*.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

21.17 MX_2020_11

max. 4 body

11 V rostoucí aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ platí, že první, druhý a pátý člen (a_1, a_2, a_5) v tomto pořadí tvoří první tři členy geometrické posloupnosti.

11.1 Vyjádřete diferenci d aritmetické posloupnosti v závislosti na prvním členu a_1.

11.2 Určete kvocient q geometrické posloupnosti.

11.3 Určete, kolikátým členem aritmetické posloupnosti je 5. člen geometrické posloupnosti.

11.4 Vyjádřete v závislosti na k, kolikátým členem aritmetické posloupnosti je k-tý člen geometrické posloupnosti.

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy celý **postup řešení**.

21.18 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_01

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Za posledních pět let firma zvyšovala výrobu každý rok o 10 % oproti předcházejícímu roku.

(CZVV)

1 **Vypočtěte, o kolik procent firma zvýšila výrobu za posledních pět let.**
Výsledek zaokrouhlete na celá procenta.

21.19 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_02

2 Posloupnost je určena prvními dvěma členy $a_1 = 0$, $a_2 = 2$ a rekurentním vztahem $a_{n+2} = a_n + 2 \cdot a_{n+1}; n \in \mathbf{N}$.

Jaký je šestý člen této posloupnosti?

A) 24

B) 49

C) 52

D) 58

E) 140

21.20 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_03

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 3–4

Čísla 1, 26 a 36 jsou tři členy konečné aritmetické posloupnosti. Je mezi nimi uveden první i poslední člen posloupnosti.

(CZVV)

3 **Kolik členů by měla taková posloupnost s diferencí $d = 0{,}25$?**

A) 39

B) 140

C) 141

D) 147

E) Pro danou diferenci nejsou splněny podmínky v zadání úlohy.

21.21 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_04

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 3–4

Čísla 1, 26 a 36 jsou tři členy konečné aritmetické posloupnosti. Je mezi nimi uveden první i poslední člen posloupnosti.

(CZVV)

4 Podmínkám z výchozího textu vyhovují různé aritmetické posloupnosti. Vyberme takovou posloupnost, která má největší možnou diferencí d.

Ve kterém intervalu se nachází diference d této posloupnosti?

A) $(0; 2{,}5)$

B) $\langle 2{,}5; 4)$

C) $\langle 4; 5{,}5)$

D) $\langle 5{,}5; 7)$

E) do žádného z uvedených intervalů

21.22 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_06

6 **Která z uvedených řad <u>nemá</u> součet rovný $\frac{1}{2}$?**

A) $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\cdots$

B) $\frac{2}{3}-\frac{2}{9}+\frac{2}{27}-\frac{2}{81}+\cdots$

C) $1-\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\frac{8}{27}+\cdots$

D) $\frac{3}{4}-\frac{3}{8}+\frac{3}{16}-\frac{3}{32}+\cdots$

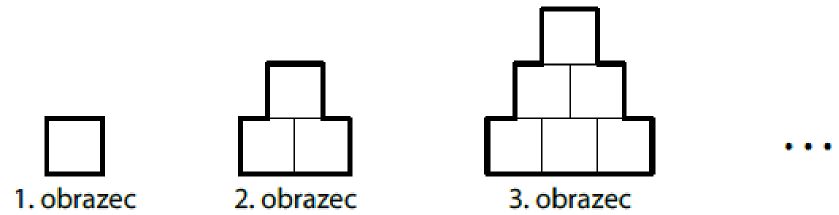
E) $\frac{3}{2^3}+\frac{3}{2^5}+\frac{3}{2^7}+\frac{3}{2^9}+\cdots$

21.23 MX_2021J_09

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Na obrázku jsou nakresleny tři obrazce složené ze čtverců o straně délky 1 cm.

Za těmito obrazci následují další. Obrazec s pořadovým číslem $n > 1$ se vytvoří z předchozího obrazce přidáním spodní řady, která obsahuje n čtverců.



(CZVV)

max. 3 body

9 Jeden z obrazců je složen z 210 čtverců.

9.1 Vypočtěte, kolikátý je tento obrazec.

9.2 Vypočtěte v cm obvod tohoto obrazce.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

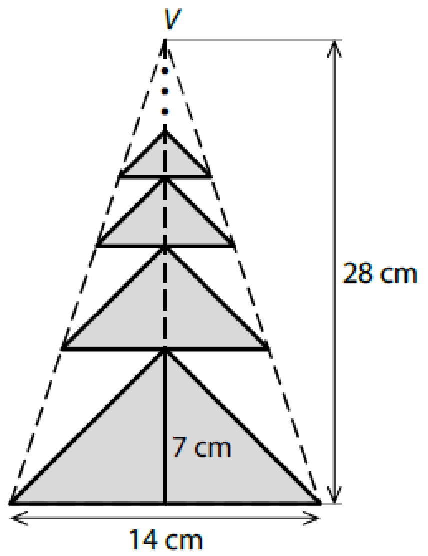
21.24 MX_2021J_10

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Šedý obrazec je složen z nekonečně mnoha rovnoramenných trojúhelníků. Každé dva sousední trojúhelníky mají právě jeden společný bod a jsou obrazem a vzorem ve stejnolehlosti se středem *V*. Na obrázku jsou zakresleny pouze 4 trojúhelníky.

V největším trojúhelníku má základna délku 14 cm a výška na základnu velikost 7 cm.

Výška celého obrazce je 28 cm.



(CZVV)

max. 3 body

10 Vypočtěte v cm^2 obsah šedého obrazce.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

21.25 MX_2021P_10

max. 3 body

10 Je dána rovnice, jejíž levou stranu tvoří nekonečná geometrická řada.

$$\frac{1}{x-1}-\frac{3}{(x-1)^2}+\frac{9}{(x-1)^3}-\frac{27}{(x-1)^4}+\cdots=\frac{8-x}{16}$$

10.1 Určete množinu všech $x \in \mathbf{R}$, pro která je řada na levé straně rovnice konvergentní.

10.2 Řešte rovnici v oboru **R**.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

21.26 MX_2021P_16

2 body

16 Je dána posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, kde $a_n = n^2 - n + 17$.

Které tvrzení je <u>nepravdivé</u>?

A) Prvních 20 členů dané posloupnosti jsou prvočísla.

B) Daná posloupnost je rostoucí.

C) Pro danou posloupnost platí $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

D) Každý člen dané posloupnosti je liché číslo.

E) V dané posloupnosti pro každé $n \in \mathbf{N}$ platí $a_{n+1} = a_n + 2n$.

21.27 MX_2022J_14

2 body

14 Je dána posloupnost:

$(a_n)_{n=1}^{\infty}$, kde $a_n = n^2 - 3n$

Kolik členů a_k dané posloupnosti splňuje podmínku $a_{k+1} - a_k \leq 60$?

A) právě 29 členů

B) právě 30 členů

C) právě 31 členů

D) nekonečně mnoho členů

E) žádný člen

21.28 MX_2022J_15

2 body

15 **Jaký je součet všech trojciferných přirozených čísel dělitelných sedmi?**

A) menší než 70 336

B) 70 336

C) 70 784

D) 71 071

E) větší než 71 071

21.29 MX_2023J_10

max. 2 body

10 Je dána konečná posloupnost $(a_n)_{n=1}^{118}$, kde $a_n = \sin\frac{n \cdot \pi}{5}$.

Určete, pro kolik ze všech 118 členů dané posloupnosti platí:

$a_n = \sin\left(-\frac{\pi}{5}\right)$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

21.30 MX_2023J_15

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je součet prvních šesti členů $a_1 + a_2 + \cdots + a_6$ o 270 menší než součet druhých šesti členů $a_7 + a_8 + \cdots + a_{12}$.

(CZVV)

2 body

15 **O kolik se liší součet prvních tří členů $a_1 + a_2 + a_3$ a součet druhých tří členů $a_4 + a_5 + a_6$?**

A) o 22,5

B) o 45

C) o 67,5

D) o 135

E) o jinou hodnotu

21.31 MX_2023J_16

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Je dána nekonečná geometrická řada $a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$, kde pro všechna přirozená čísla n platí:

$$a_n = \frac{-3^{2n-1}}{4^n}$$

Pokud existuje součet této řady, označíme jej s.

(CZVV)

2 body

16 **Které tvrzení je pravdivé?**

A) $s \in \left(-10^{10}; -10\right)$

B) $s \in (-10; 0)$

C) $s \in (0; 10)$

D) $s \in \left(10; 10^{10}\right)$

E) Konečný součet s neexistuje (řada je divergentní).

21.32 MX_2023P_10

max. 2 body

10 V posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ platí:

$a_n = 30n - n^2$

10.1 Určete počet všech kladných členů posloupnosti.

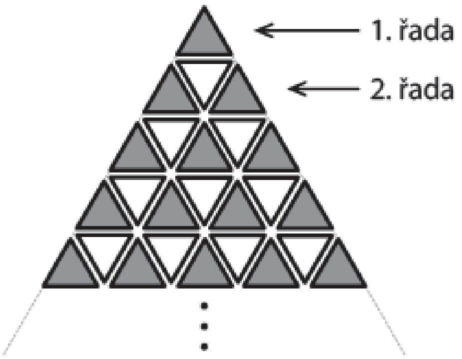
10.2 Určete pořadí k největšího členu a_k posloupnosti.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

21.33 MX_2023P_11

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Ornament trojúhelníkového tvaru je složen z tmavých a světlých trojúhelníků.
V první řadě je jeden tmavý trojúhelník. Ve druhé řadě je jeden světlý a dva tmavé trojúhelníky.
V každé další řadě je o jeden světlý i jeden tmavý trojúhelník více než v řadě předcházející.



(CZVV)

max. 4 body

11 Ornamenty A, B, C vyhovují uvedeným podmínkám.

11.1 **Nejdelší řada** ornamentu A obsahuje 23 **tmavých** trojúhelníků.

Určete počet <u>všech</u> trojúhelníků (tmavých i světlých) v ornamentu A.

11.2 V ornamentu B je celkem 1 225 **světlých** trojúhelníků.

Určete počet všech trojúhelníků (tmavých i světlých) <u>v nejdelší řadě</u> ornamentu B.

11.3 Počet **všech** trojúhelníků (tmavých i světlých) v ornamentu C představuje parametr p, kde p je druhá mocnina přirozeného čísla.

V závislosti na parametru p vyjádřete počet t <u>tmavých</u> trojúhelníků v ornamentu C.

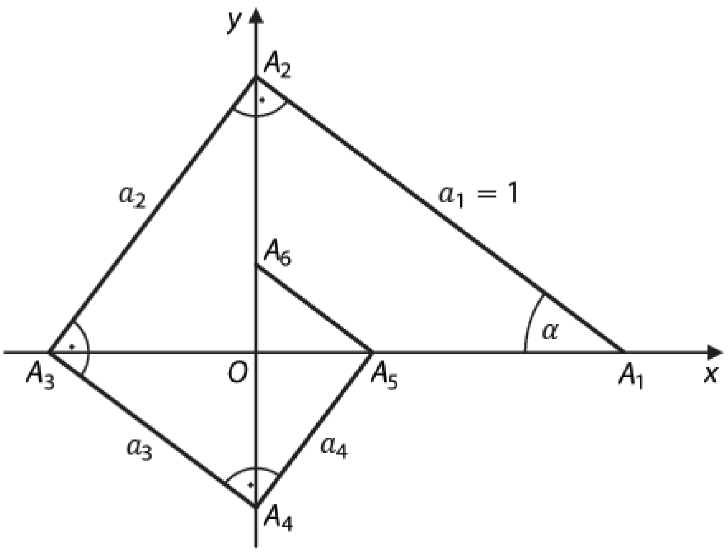
V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy celý **postup řešení**.

21.34 MX_2024J_10

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK ÚLOZE 10

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* je na souřadnicových osách umístěno nekonečně mnoho bodů $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$ Pro body A_1, A_2 platí: $|A_1A_2| = 1$, $|\sphericalangle A_2A_1O| = \alpha$, kde $0° < \alpha < 45°$. Úhel $A_nA_{n+1}A_{n+2}$ je pro každé $n \in \mathbf{N}$ pravý.

Pro každé $n \in \mathbf{N}$ označíme a_n vzdálenost bodů A_n, A_{n+1} (tedy $a_1 = |A_1A_2| = 1$).



max. 4 body

10

10.1 **Vyjádřete** vzdálenost a_n v závislosti na $n \in \mathbf{N}$ a velikosti úhlu α.

10.2 Nekonečná lomená čára $A_1A_2 \dots A_n \dots$ má délku $\ell = a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$.

Pro $\ell = 10$ vypočtěte ve stupních velikost úhlu α.
Výsledek zaokrouhlete na jedno desetinné místo.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

21.35 MX_2024J_11

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Desková hra se hraje vždy na 90 kol a v libovolném z nich může hráč začít s těžbou ropy.

Začne-li hráč těžit ropu v k-tém kole ($k \in \mathbf{N}$, $k \leq 90$), vytěží v tomto kole k barelů ropy. V každém dalším kole vytěží vždy o k barelů ropy více než v předchozím kole.

Jiným způsobem ve hře těžit ropu nelze.

(Např. hráč, který začne s těžbou ropy v 10. kole, vytěží v 10. kole 10 barelů ropy, v 11. kole pak 20 barelů, ve 12. kole 30 barelů atd.)

max. 4 body

11

11.1 **Vypočtěte**, kolik barelů ropy vytěží za celou hru hráč, který začne s těžbou v 85. kole.

11.2 **Vyjádřete** v závislosti na k, kolik barelů ropy vytěží za celou hru hráč, který začne s těžbou v k-tém kole.

11.3 Dva hráči začali s těžbou ropy ve dvou po sobě jdoucích kolech hry, přitom oba vytěžili za celou hru stejný počet barelů ropy.

Vypočtěte, kolik barelů ropy vytěžil jeden z těchto dvou hráčů.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

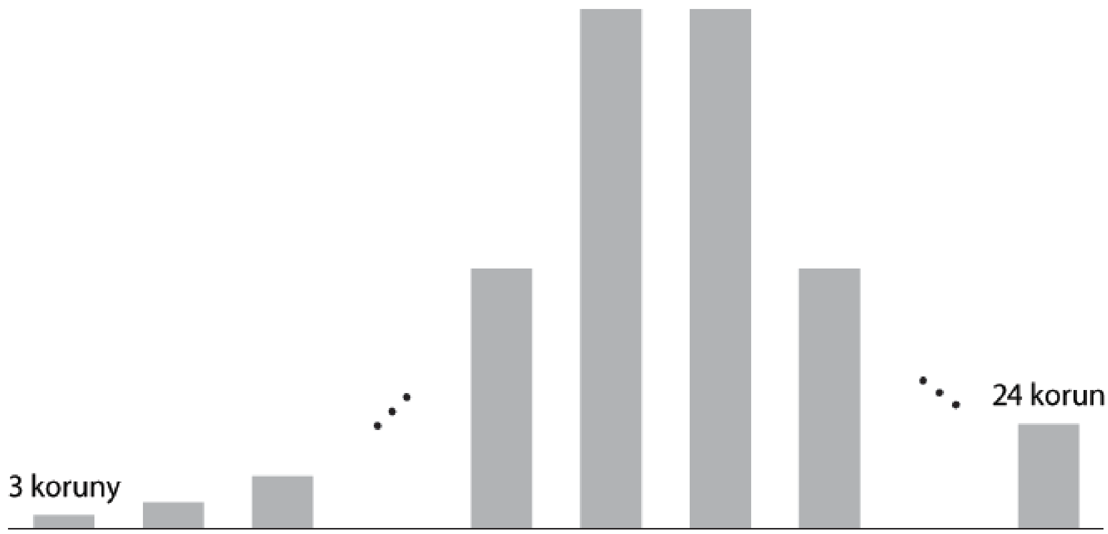
21.36 MX_2024J_20

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 20

Novomanželé poprosili svatební hosty, aby jim při příchodu na hostinu přispěli do kasičky.

První host vhodil do prázdné kasičky 3 koruny. Každý další host dal do kasičky dvojnásobek předchozího příspěvku, dokud jeden host neusoudil, že by se kasička mohla brzy přeplnit. Tento host přispěl stejnou částkou jako host před ním a každý další host pak do kasičky dal polovinu předchozího příspěvku. Poslední host přispěl 24 korunami.

Svatební hosté tak vhodili novomanželům do kasičky celkem 12 261 korun.



V grafu je naznačeno, jakými částkami hosté postupně novomanželům přispívali do kasičky.

2 body

20 Kolik svatebních hostů přispělo novomanželům do kasičky?

A) 18 hostů

B) 19 hostů

C) 20 hostů

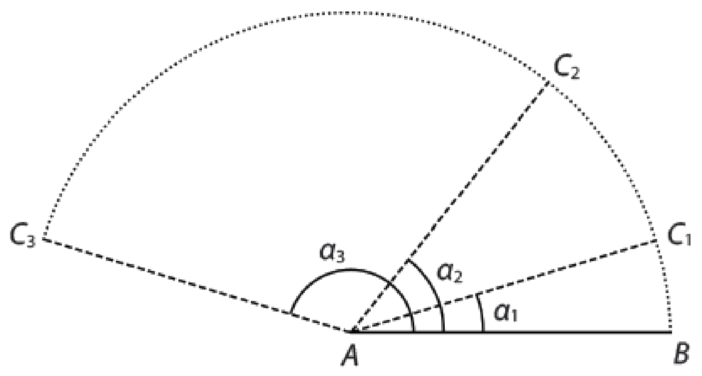
D) 21 hostů

E) jiný počet hostů

21.37 MX_2024P_05

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

Na obrázku jsou znázorněny vrcholy trojúhelníků ABC_k a úhly α_k pro $k \in \{1, 2, 3\}$.



1 bod

5 Najděte **vztah** pro výpočet délky strany BC_k k-tého rovnoramenného trojúhelníku ABC_k v závislosti na zvoleném úhlu $\alpha_k \in (0; \pi)$, jestliže platí:

$|AB| = |AC_k| = 5$ cm, přičemž $k \in \{1, 2, 3\}$.

21.38 MX_2024P_08

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Je dána geometrická posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, přičemž $a_1 = 8$ a $a_6 = \frac{1}{4}$. Členy a_n této posloupnosti jsou tvořeny vybranými hodnotami exponenciální funkce $f(x)$ pro $x = n$.

max. 2 body

8

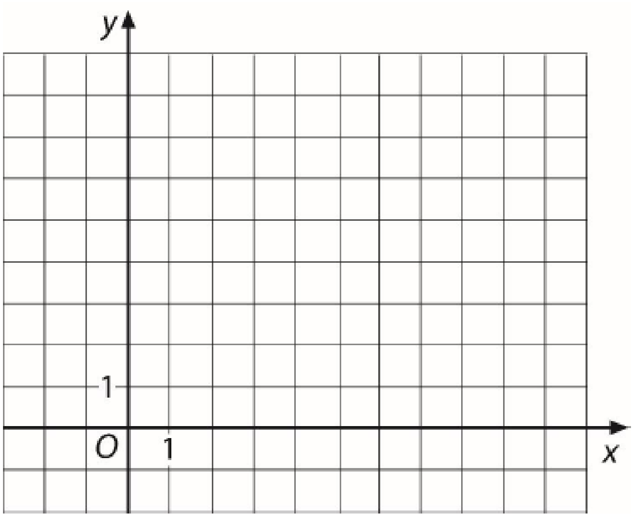
8.1 Najděte **předpis** funkce $f(x)$ z výchozího textu, víte-li, že tímto předpisem je funkce definovaná pro všechna $x \in \mathbf{R}$.

8.2 Uvažujte funkci $h(x) = \begin{cases} a_1, & -2 \le x \le 1 \\ f(x), & 1 \le x \end{cases}$

Zakreslete graf funkce $h(x)$ do čtvercové sítě pro $x \in \langle -2; 6 \rangle$.

Vyznačte body $[n; a_n]$ pro $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

V záznamovém archu obtáhněte řešení (tj. graf funkce a všechny body) propisovací tužkou.



21.39 MX_2024P_19

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 19

Součet s_k prvních k členů aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je roven sumě $\sum_{n=1}^{k} n$, kde $k \in \mathbf{N}$. Pro aritmetickou posloupnost $(b_m)_{m=1}^{\infty}$ platí: $b_1 = 7$, diference $d = -\frac{1}{2}$.

2 body

19 Která z následujících možností obsahuje právě všechna $n \in$ N, pro něž existuje nějaké $m \in$ N takové, že platí $a_n = b_m$?

A) 5

B) 7

C) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

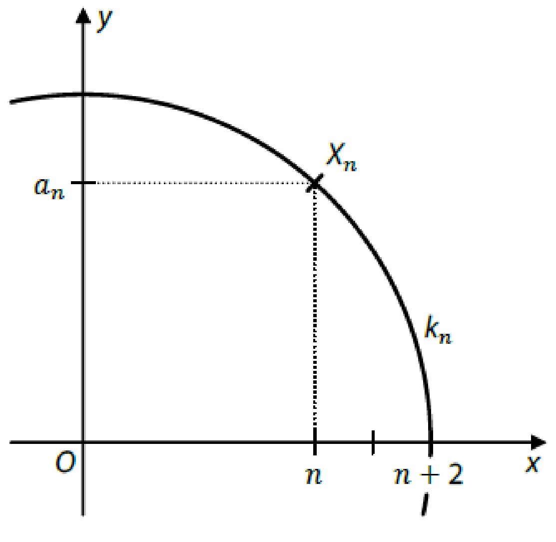
D) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

E) Takové n neexistuje.

21.40 MX_2025J_11

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V kartézské soustavě souřadnic Oxy leží každý z bodů $X_n[n; a_n]$, kde $n \in \mathbf{N}$, $a_n > 0$, na příslušné kružnici k_n se středem v počátku O a poloměrem $r_n = n + 2$.
Souřadnice a_n jednotlivých bodů X_n jsou po řadě členy posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$.



(CZVV)

max. 3 body

11

11.1 Vyjádřete posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ vzorcem pro n-tý člen.

11.2 Určete počet všech členů posloupnosti, které jsou menší než 100.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení.**

21.41 MX_2025P_09

max. 3 body

9 Je dána rovnice, jejíž levou stranu tvoří nekonečná geometrická řada.

$$\frac{1}{x+1} - \frac{4}{(x+1)^2} + \frac{16}{(x+1)^3} - \frac{64}{(x+1)^4} + \cdots = \frac{x-1}{16}$$

9.1 Určete množinu všech $x \in \mathbf{R}$, pro která je řada na levé straně rovnice konvergentní.

9.2 Řešte rovnici v oboru **R**.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

21.42 MX_2025P_16

2 body

16 Je dána posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, kde $a_n = n^2 - 3n + 13$.

Které tvrzení je pravdivé?

A) Prvních 13 členů dané posloupnosti jsou prvočísla.

B) Alespoň jeden člen dané posloupnosti je sudé číslo.

C) Daná posloupnost je rostoucí.

D) Pro danou posloupnost platí $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

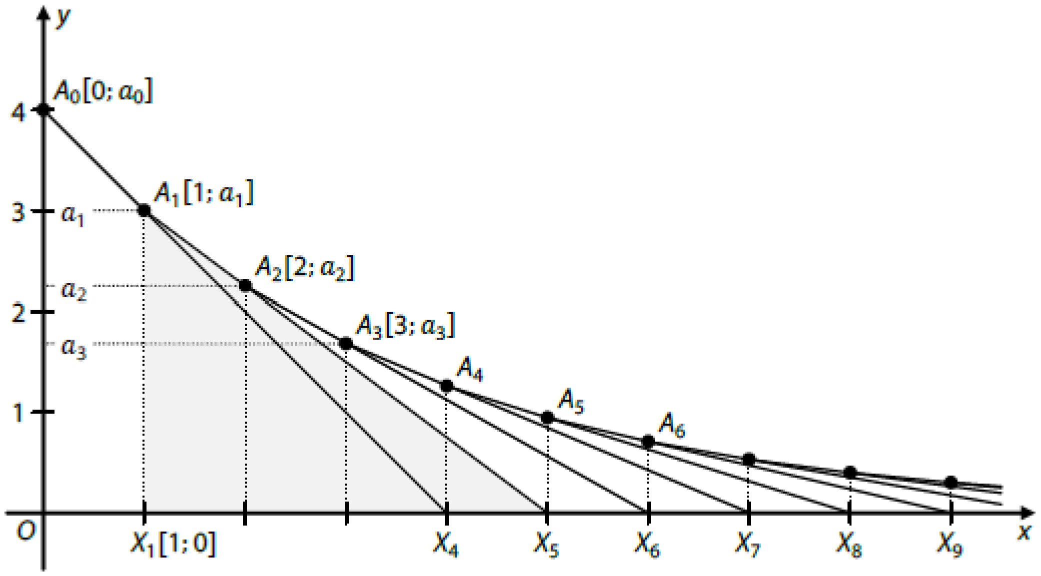
E) V dané posloupnosti pro každé $n \in \mathbf{N}$ platí $a_{n+1} = a_n + 2n$.

21.43 MX_2026J_10

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* jsou dány body $A_0[0; 4]$ a $X_n[n; 0]$, kde $n \in \mathbf{N}$.
Další body $A_n[n; a_n]$ sestrojíme následujícím způsobem:

- Bod $A_1[1; a_1]$ leží na úsečce A_0X_4. (Rovnice přímky A_0X_4 je $x + y - 4 = 0$.)
- Bod $A_2[2; a_2]$ leží na úsečce A_1X_5 s krajními body $A_1[1; a_1]$ a $X_5[5; 0]$ atd. (viz obrázek).



Tedy pro každé $n \in \mathbf{Z}_0^+$ bod $A_{n+1}[n + 1; a_{n+1}]$ leží na úsečce A_nX_{n+4} s krajními body $A_n[n; a_n]$ a $X_{n+4}[n + 4; 0]$.

(CZVV)

max. 3 body

11 **V záznamovém archu** uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení.**

11.1 **Vypočtěte** souřadnici a_2.

11.2 Druhé souřadnice bodů $A_n[n; a_n]$ tvoří geometrickou posloupnost $(a_n)_{n=0}^{\infty}$.

Sestavte obecnou rovnici přímky A_nX_{n+4} s parametrem $n \in \mathbf{Z}_0^+$.

21.44 MX_2026J_16

2 body

16 V aritmetické posloupnosti je součet prvních jedenácti členů $s_{11} = 11$ a součet prvních šestnácti členů $s_{16} = 0$.

Jaký je součet všech <u>kladných</u> členů této posloupnosti?

A) 12,0

B) 12,8

C) 22,0

D) 25,6

E) jiný součet

22 FINANČNÍ MATEMATIKA

22.1 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_01(čís)

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Na divadelní představení byly zakoupeny dva druhy vstupenek celkem za 1 500 Kč. Levnějších vstupenek po 48 Kč se koupilo o pět méně než dražších vstupenek po 68 Kč.

(CZVV)

1 Vypočtěte, kolik vstupenek každého druhu bylo zakoupeno.

22.2 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_02 (čís)

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Výnosy z vkladů jsou sníženy vždy o 15% daň. Vklad ve výši 55 000 Kč vynesl za rok čistý úrok 935 Kč. (Čistý úrok je částka z úroku po odečtení daně.)

(CZVV)

2 Vypočtěte roční úrokovou míru.
Výsledek zaokrouhlete na desetiny procenta.

22.3 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_05 (fin)

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

Slečna Hermína disponuje částkou 8 500 korun, rozhodla se tedy navštívit velký svět financí. Zaujal ji plakát firmy „MOULA & spol.“, v němž stálo:

Naše firma zhodnotí Vaše peníze! Za 100 dnů si splníte své sny!
Za jednorázovou investici v hodnotě 10 000 korun a více garantujeme 6% zisk za 100 dnů.
Dokonce i investice pod 10 000 korun Vám přinese za 100 dnů 3% zisk.
Chybí Vám peníze? Půjčíme Vám až 10 000 korun na 100 dnů!
Teprve až uplyne celých 100 dnů, zaplatíte 15% úrok z půjčené částky.

Hermína využije nabídku firmy na 100 dnů a zvažuje i možnost půjčky.
Předpokládejme, že firma dostojí svým slibům.

(CZVV)

5

5.1 Vypočtěte zisk Hermíny, pokud si žádné peníze nepůjčí a investuje jen částku 8 500 korun.

5.2 Vypočtěte, o kolik korun se zvýší Hermínin zisk, pokud si chybějící peníze od firmy půjčí a investuje 10 000 korun.

5.3 Pokud by měla Hermína o něco menší částku než 8 500 korun, investice 10 000 korun zatížená půjčkou by se jí mohla stále ještě vyplatit. Naopak pro nízké částky je výhodnější investice bez půjčky.
Vypočtěte, pro jakou částku přinášejí obě možnosti stejný zisk (tj. investice bez půjčky nebo investice 10 000 korun zatížená půjčkou).

Uveďte ve všech částech úlohy celý **postup řešení**.

22.4 MX_2023J_09

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Pan K na jeden rok investoval všechny své úspory do dvou různých fondů (A, B).
Částka, kterou vložil do fondu A, byla o třetinu vyšší než částka, kterou vložil do fondu B.

Celkový roční výnos z úspor pana K byl 13 %. Přitom roční výnos z částky vložené do fondu A byl jen 10 %.

Makléř panu K původně radil obě částky vzájemně zaměnit, tedy tu vyšší vložit do fondu B a nižší do fondu A.

(Vzájemná záměna vložených částek by nezměnila výkonnost jednotlivých fondů.
Zdanění výnosů ani poplatky neuvažujte.)

(CZVV)

max. 3 body

9 Vypočtěte v procentech, jaký by byl celkový roční výnos z úspor pana K, kdyby je byl investoval podle makléřovy rady.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

23 KOMBINATORIKA

23.1 MX_2014_ilustracni_test_17

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Pětimístné přirozené číslo je sestaveno z pěti různých číslic. Uprostřed je vždy číslice 6. Všechny číslice jsou seřazeny sestupně, tedy od největší po nejmenší.

(Daným podmínkám vyhovují např. čísla 97650 a 87631.)

(CERMAT)

2 body

17 Kolik různých čísel je možné uvedeným způsobem sestavit?

A) 324

B) 180

C) 45

D) 36

E) 18

23.2 MX_2014_17

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Číslo, které se čte stejně zleva i zprava, se nazývá **palindrom.**
Uvažujme všechny pětimístné palindromy, které mají první číslici větší než druhou (např. 70 207, 21 112, 82 128 apod.).

(CERMAT)

2 body

17 Kolik různých palindromů je možné uvedeným způsobem sestavit?

A) 360

B) 450

C) 720

D) 810

E) 900

23.3 MX_2015_09

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Pětimístné číslo má ve svém zápise čtyřikrát stejnou **nenulovou** číslici a jednu větší číslici. Těmto podmínkám vyhovují např. čísla 31 111, 22 922 apod.

(CZVV)

max. 2 body

9

9.1 Určete, kolik čísel vyhovujících podmínkám zadání má ve svém zápise číslici 1.

9.2 Určete počet všech čísel vyhovujících podmínkám zadání.

23.4 MX_2015_21

2 body

21 **Jaký je absolutní člen binomického rozvoje výrazu** $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + x^2\right)^{15}$ **?**

Poznámka: Absolutní člen neobsahuje proměnnou x.

A) $\frac{15!}{10! \cdot 5!}$

B) $\frac{15!}{12! \cdot 3!}$

C) $\frac{15!}{8! \cdot 7!}$

D) $\frac{15!}{6! \cdot 9!}$

E) žádný z uvedených

23.5 MX_2015_22

2 body

22 V osudí je 5 nenulových čísel a 3 nuly. Vylosovaná čísla se do osudí nevrací.

Jaká je pravděpodobnost, že v pětici tažených čísel budou právě dvě nuly?

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{5}{28}$

C) $\frac{15}{28}$

D) $\frac{3}{56}$

E) $\frac{13}{56}$

23.6 MX_2016_03

max. 2 body

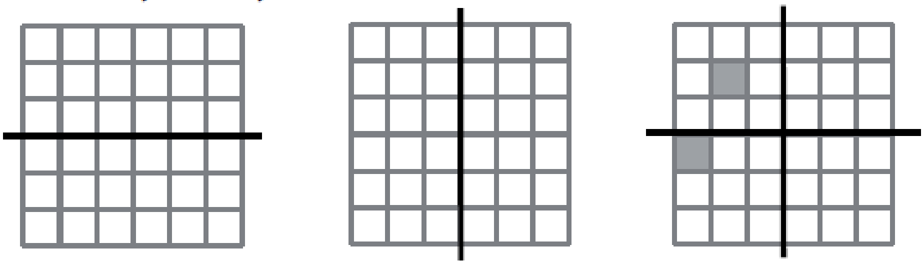
3 **V oboru N řešte:**

$$\binom{n+1}{n-1} = 90n$$

23.7 MX_2016_21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Čtvercová síť má 6 × 6 polí. Uvažujme dělení čtvercové sítě na poloviny a čtvrtiny pouze způsoby uvedenými na obrázcích. Do čtvercové sítě se umístí dvě tmavá pole.



(CZVV)

2 body

21 Kolika způsoby je možné do čtvercové sítě umístit dvě tmavá pole tak, aby byla v téže polovině, ale nebyla ve stejné čtvrtině?

A) 54

B) 72

C) 324

D) 486

E) 729

23.8 MX_2017_09

1 bod

9 Deseticiferné číslo má být sestaveno ze stejného počtu pětek a nul.

Vypočtěte, kolik různých lichých čísel lze uvedeným způsobem sestavit.

V záznamovém archu uveďte stručný **postup řešení**.

23.9 MX_2018_13

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

V balíčku zbylo 6 karet, po dvou od každé ze tří barev.
Karty se po dvou náhodně rozdělí mezi tři hráče A, B, C.

(CZVV)

max. 3 body

13 Ke každému jevu (13.1–13.3) přiřaďte pravděpodobnost (A–F), s níž může nastat.

13.1 Hráč A získá dvě karty téže barvy. ______

13.2 Hráč A získá dvě karty téže barvy a každý ze zbývajících dvou hráčů B, C bude mít dvě karty různých barev. ______

13.3 Alespoň jeden z hráčů A, B, C získá dvě karty téže barvy. ______

A) $\frac{3}{5}$

B) $\frac{7}{15}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{1}{5}$

E) $\frac{2}{15}$

F) jiná než výše uvedené

23.10 MX_2019_14

max. 3 body

14 Ve skupině je 23 párů (muž a žena).

Určete, kolika způsoby (A–F) lze z této skupiny vybrat

14.1 trojici osob, z nichž žádné dvě nejsou z téhož páru; ______

14.2 trojici osob, z nichž žádné dvě nejsou z téhož páru a alespoň 1 osoba je muž; ______

14.3 **čtveřici** osob obsahující právě jednu dvojici z téhož páru. ______

A) 7 590

B) 12 397

C) 13 409

D) 14 168

E) 21 252

F) jiným počtem

23.11 MX_2020_16

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Pětimístný kód má být sestaven z 5 **různých** číslic.

Z číslic 0–9 kód musí obsahovat číslice 0, 1, 2 a s nimi ještě další dvě číslice. Číslice 0 bude uprostřed kódu.

(CZVV)

2 body

16 **Jaký je počet všech možností pro sestavení kódu?**

A) 144

B) 252

C) 432

D) 504

E) jiný počet

23.12 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_01 (komb)

1 **Řešte rovnici s neznámou $n \in \mathbb{N}$.**

$$\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} = n^2$$

23.13 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_02 (komb)

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Do finále turnaje v žákovské kopané, v němž se utká každé družstvo s každým, se probojovala 4 družstva. Každé utkání bude trvat dvakrát 45 minut a mezi každým poločasem a každým zápasem je desetiminutová přestávka.

Organizátor turnaje musí za pronájem hřiště zaplatit, a to 200 Kč za každou započatou hodinu.

(CZVV)

2 Určete minimální cenu, kterou organizátor musí zaplatit za pronájem hřiště.

23.14 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_03 (komb)

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

V balíku je 24 karet, které jsou očíslovány přirozenými čísly od 1 do 24. Karty zamícháme a jednu z nich náhodně vytáhneme.

(CZVV)

3 Určete pravděpodobnost, že číslo tažené karty je dělitelné 4 nebo 6.

23.15 MX_2021J_12

max. 3 body

12 Přiřaďte ke každé úloze (12.1–12.3) její řešení (A–F).

12.1 Ota má 8 her a Šimon 6 her (všech 14 her je navzájem různých).
Ota vymění kterékoli 2 své hry za libovolné 2 Šimonovy hry.

Kolika způsoby si chlapci mohou hry takto vyměnit? ____

12.2 Na digitálních hodinách se každý časový údaj (v hodinách a minutách) mezi půlnocí a 10. hodinou zobrazuje právě **třemi** číslicemi (např. 0:08, 0:21, 9:50).

Kolik z těchto časových údajů obsahuje <u>tři vzájemně různé</u> číslice? ____

12.3 V kině je posledních 5 volných míst v páté řadě a 2 místa ve druhé řadě.
Čtyři ze sedmi příchozích chtějí sedět v páté řadě, jedna osoba ve druhé řadě a zbývajícím dvěma osobám je řada lhostejná.

Kolika způsoby je možné na jednotlivá místa rozsadit těchto 7 osob v souladu s jejich požadavky? ____

A) 420

B) 432

C) 458

D) 480

E) 486

F) jiný počet

23.16 MX_2021J_19

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 19

V balíčku je 12 karet očíslovaných přirozenými čísly od 1 do 12. (Každá karta obsahuje právě jedno číslo, žádné dvě karty nejsou očíslovány stejným číslem.)

Balíček zamícháme a náhodně vytáhneme dvojici karet.

(CZVV)

2 body

19 Jaká je pravděpodobnost, že součet obou čísel na tažených kartách je dělitelný šesti?

A) $\frac{1}{22}$

B) $\frac{4}{33}$

C) $\frac{3}{22}$

D) $\frac{5}{33}$

E) jiná hodnota pravděpodobnosti

23.17 MX_2021P_20

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Jedna osmina všech osob si koupila po třech losech, jedna čtvrtina osob po dvou losech a zbytek po jednom losu. Ze všech losů zakoupených těmito osobami vyhraje jediný.

(CZVV)

2 body

20 Jaká je pravděpodobnost, že vítězný los bude patřit některé osobě, která si koupila <u>alespoň</u> 2 losy?

A) $\frac{3}{8}$

B) $\frac{7}{12}$

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{7}{8}$

E) jiná hodnota pravděpodobnosti

23.18 MX_2022J_12

max. 3 body

12 Přiřaďte ke každé úloze (12.1–12.3) její řešení (A–F).

12.1 Z množiny {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9} vybereme tři různé **po sobě jdoucí** číslice a sestavíme z nich trojciferné přirozené číslo.
(Můžeme sestavit např. čísla 201, 567, 897, 987.)

Kolik takových různých trojciferných čísel lze sestavit? C

12.2 Z množiny {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7} vybereme tři různé číslice a sestavíme z nich trojciferné přirozené číslo tak, aby jeho číslice byly (zleva) seřazeny sestupně.
(Můžeme sestavit např. čísla 210, 542, 741, 743.)

Kolik takových různých trojciferných čísel lze sestavit? E

12.3 Z množiny {0; 1; 2; 3; 4; 5} vybereme tři různé číslice a sestavíme z nich trojciferné přirozené číslo tak, aby největší z vybraných číslic byla na místě stovek.
(Můžeme sestavit např. čísla 201, 310, 524, 542.)

Kolik takových různých trojciferných čísel lze sestavit? B

A) 36
B) 40
C) 46
D) 52
E) 56
F) jiný počet

23.19 MX_2023J_08

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Při hře házíme žetonem, na němž může padnout buď číslo 1, nebo číslo 0, a to se stejnou pravděpodobností.
Pokud padne číslo 1, házíme žetonem znovu.
Hra končí, jakmile padne číslo 0, nebo padne-li číslo 1 celkem sedmkrát.

Nejkratší hra končí padnutím čísla 0 již v prvním hodu.
Skončí-li hra padnutím čísla 0 např. až v 7. hodu, číslo 1 padne za celou hru právě 6krát.

(CZVV)

max. 3 body

8 Vypočtěte pravděpodobnost jevu:

8.1 Číslo 1 padne za celou hru právě 3krát.

8.2 Číslo 1 padne za celou hru nejvýše 4krát.

8.3 Číslo 1 padne za celou hru alespoň jednou.

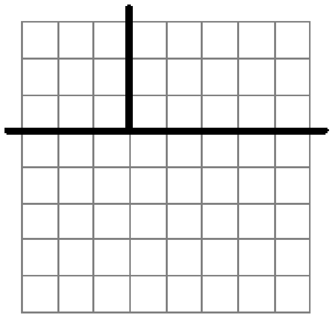
Výsledky nezaokrouhlujte.

23.20 MX_2023J_21

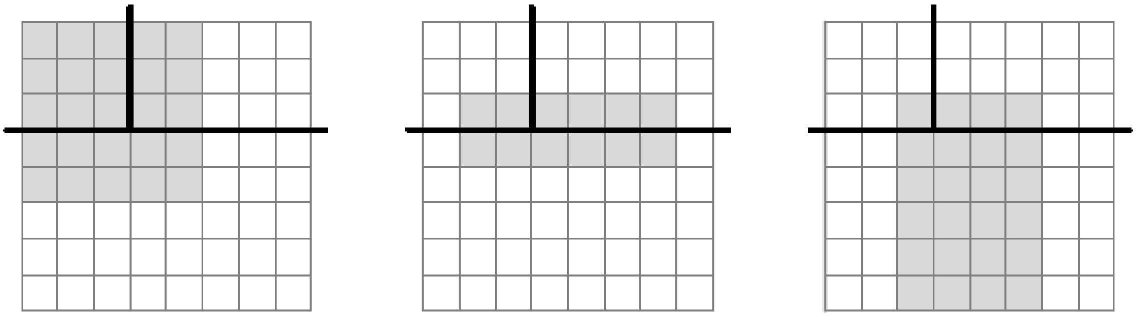
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZKY K ÚLOZE 21

Čtvercová síť má 8 × 8 polí a je rozdělena na tři části, z nichž každá obsahuje pouze celá pole (viz obrázek vpravo).

Vybarvením celých polí čtvercové sítě vytvoříme takový pravoúhelník (čtverec nebo obdélník), který pokrývá alespoň jedno pole v každé ze tří částí čtvercové sítě.



Podmínkám vyhovují např. následující šedé pravoúhelníky:



(CZVV)

2 body

21 Kolika způsoby můžeme vytvořit pravoúhelník vyhovující zadání?

A) 69

B) 75

C) 135

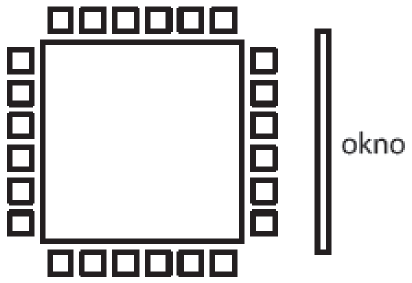
D) 225

E) 450

23.21 MX_2023P_19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Každou ze čtyř organizací A, B, C, D zastupuje 6 osob. Všechny osoby se posadí ke čtvercovému jednacímu stolu, který má na každé straně 6 židlí. Osoby z téže organizace se posadí ke stejné straně stolu. Hostitelská organizace A zaujme místa nejblíže oknu.



(CZVV)

2 body

19 Kolik existuje způsobů rozsazení všech osob k jednacímu stolu?

A) $3 \cdot 6!$

B) $4 \cdot 6!$

C) $4 \cdot 3! \cdot 6!$

D) $3 \cdot 6! \cdot 6! \cdot 6! \cdot 6!$

E) $3! \cdot 6! \cdot 6! \cdot 6! \cdot 6!$

23.22 MX_2023P_20

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

V osudí jsou 4 modré a 3 červené koule.
Z osudí postupně vytáhneme 5 koulí, tažené koule do osudí nevracíme.

(CZVV)

2 body

20 Jaká je pravděpodobnost, že v tažené pětici koulí bude většina koulí modrých?

A) $\frac{5}{21}$

B) $\frac{4}{7}$

C) $\frac{9}{14}$

D) $\frac{5}{7}$

E) jiná hodnota pravděpodobnosti

23.23 MX_2024J_13

max. 3 body

13 Přiřaďte ke každému jevu (13.1–13.3) pravděpodobnost (A–F), s níž jev nastane.

13.1 Mezi taženými čísly je nejmenší číslo z osudí. ______

13.2 Druhé tažené číslo je větší než první a zároveň menší než třetí tažené číslo. ______

13.3 Třetí tažené číslo je nejmenší nebo největší z tažených čísel. ______

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{6}$

E) $\frac{1}{12}$

F) jiná hodnota pravděpodobnosti

23.24 MX_2024P_13

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

V tombole se hraje o hlavní cenu v podobě zájezdu k moři. Losuje se jen tato hlavní cena. Tomboly se účastní 49 lidí, z nichž 3 koupili po 4 lístcích, 2 koupili po 3 lístcích, 16 po 2 lístcích a zbytek po 1 lístku. Každý účastník koupil daný počet lístků pouze sám pro sebe. Každý koupený lístek je soutěžní a má stejnou pravděpodobnost výhry. Do tomboly jsou zařazeny pouze všechny koupené lístky.

max. 3 body

13 Přiřaďte ke každé podúloze (13.1–13.3) odpovídající výsledek (A–F).

13.1 Jaká je pravděpodobnost, že Jan vyhraje hlavní cenu, pokud patří do skupiny s nejvyšším počtem koupených lístků **na jednotlivce**? ______

13.2 Tereza si koupila dva lístky. Kdyby si Tereza koupila o tři lístky víc, jaká by byla pravděpodobnost její výhry? (Předpokládejte, že počet ostatních koupených lístků zůstane stejný.) ______

13.3 Moderátor oznamuje, že výhercem se stal jeden z těch, kteří si koupili pouze jeden lístek. Jaká je pravděpodobnost, že z této skupiny účastníků vyhráli manželé Svobodovi (žena i muž koupili každý právě jeden lístek)? ______

Výsledky vyjádřete v procentech a zaokrouhlete na jednotky procent.

A) 3 %

B) 4 %

C) 5 %

D) 6 %

E) 7 %

F) 10 %

23.25 MX_2024P_22

max. 3 body

22 Jsou dána kombinační čísla $A = \binom{8}{4}$ a $B = \binom{8}{k}$, kde k je celé nezáporné číslo a $k \leq 8$.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (22.1–22.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
22.1	Rovnice $(A^2 - 4\,900)x = 0$ pro neznámou $x \in \mathbf{R}$ má právě jeden kořen.	☐	☐
22.2	Pro $k = 5$ platí, že $\frac{B}{A} = 0{,}8$.	☐	☐
22.3	Největší možná hodnota součinu $A \cdot B$ nastává pro $k = 4$.	☐	☐

23.26 MX_2025J_04

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

V balíčku 20 karet je právě jedno eso.
Z balíčku si náhodně vytáhne 3 karty nejprve první hráč, po něm si ze zbývajících karet náhodně vytáhne 3 karty druhý hráč a nakonec i třetí hráč.

(CZVV)

max. 2 body

4 **Vypočtěte pravděpodobnost jevu:**

4.1 První hráč získá eso.

4.2 Až přijde na řadu třetí hráč, eso bude ještě stále mezi 14 zbývajícími kartami v balíčku.

Výsledky nezaokrouhlujte.

23.27 MX_2025J_18

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

Do lyžařské školičky přišlo 9 malých dětí. Každý ze tří instruktorů vložil 3 lístky se svým jménem do pytlíku, z něhož si každé dítě vylosuje svého instruktora.

(CZVV)

2 body

18 **Kolika způsoby mohou být děti uvedeným postupem přiřazeny třem instruktorům?**

A) 2 160 způsoby

B) 1680 způsoby

C) 1512 způsoby

D) 729 způsoby

E) 625 způsoby

23.28 MX_2025P_20

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Jedna desetina všech osob si koupila po třech losech, jedna pětina osob po dvou losech a zbytek po jednom losu. Ze všech losů zakoupených těmito osobami vyhraje jediný.

(CZVV)

2 body

20 Jaká je pravděpodobnost, že vítězný los bude patřit některé osobě, která si koupila <u>alespoň</u> 2 losy?

A) $\frac{11}{14}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{4}{7}$

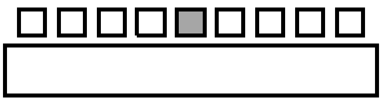
D) $\frac{3}{10}$

E) jiná hodnota pravděpodobnosti

23.29 MX_2026J_18

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 18–19

V devítičlenném zastupitelstvu obce jsou 4 muži a 5 žen, z nichž paní Šedá je starostkou. Celé zastupitelstvo zasedá u stolu s devíti místy v jedné řadě tak, že uprostřed vždy sedí starostka (na obrázku je její místo vyznačeno šedě) a řadovým zastupitelům ostatní místa náhodně přidělí počítač.



(CZVV)

2 body

18 Kolik existuje způsobů rozsazení všech členů zastupitelstva?

A) $8!$

B) $9!$

C) $2 \cdot 4!$

D) $4! \cdot 4!$

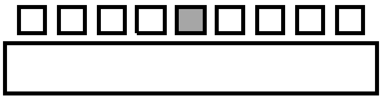
E) $4! + 5! - 8$

23.30 MX_2026J_19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 18–19

V devítičlenném zastupitelstvu obce jsou 4 muži a 5 žen, z nichž paní Šedá je starostkou.

Celé zastupitelstvo zasedá u stolu s devíti místy v jedné řadě tak, že uprostřed vždy sedí starostka (na obrázku je její místo vyznačeno šedě) a řadovým zastupitelům ostatní místa náhodně přidělí počítač.



(CZVV)

2 body

19 Jev A:

Při zasedání celého zastupitelstva budou ze **všech pěti** žen u stolu pouze dvě sedět vedle sebe (tedy žádná ze zbývajících tří žen nebude sedět vedle jiné ženy).

Jaká je pravděpodobnost jevu A**?**

A) $\frac{1}{35}$

B) $\frac{2}{35}$

C) $\frac{3}{35}$

D) $\frac{4}{35}$

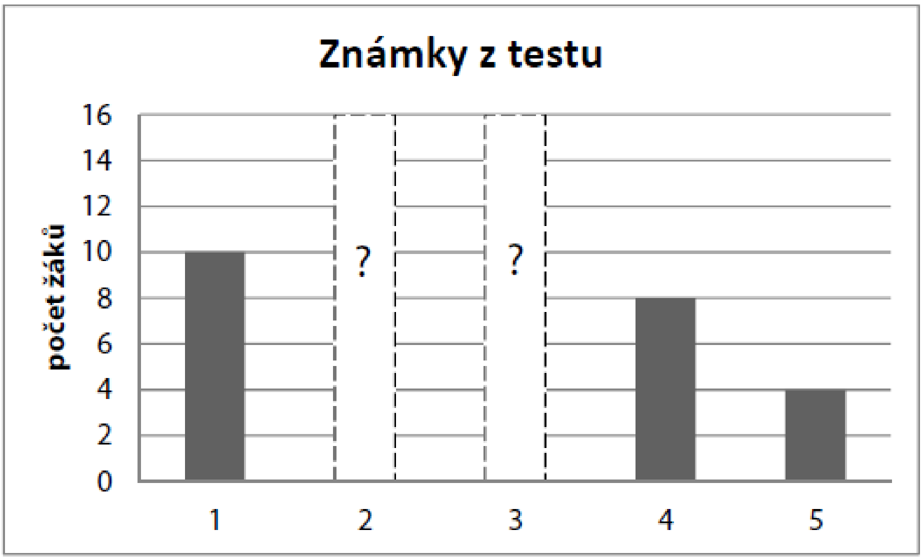
E) jiná hodnota pravděpodobnosti

24 PRAVDĚPODOBNOST A STATISTIKA

24.1 MX_2014_ilustracni_test_18

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 18

Graf udává známky z testu, který psalo 50 žáků čtvrtých ročníků. Medián je 2,5.



(CERMAT)

2 body

18 Jaká je průměrná známka z testu?

A) 2,58

B) 2,60

C) 2,62

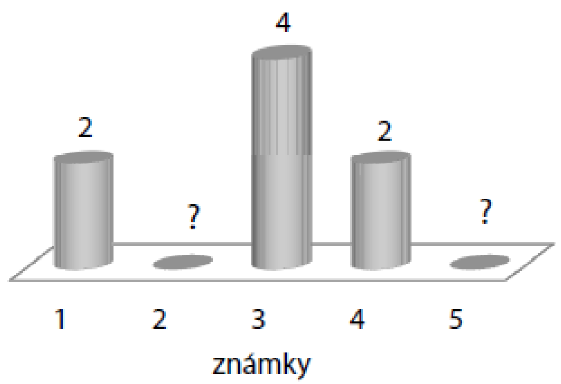
D) 2,64

E) Úloha nemá řešení.

24.2 MX_2014_18

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 18

Graf udává četnost známek z písemné práce z matematiky, kterou psalo 13 žáků. Není uvedena četnost známek 2 a 5. **Medián** je 2.



(CERMAT)

2 body

18 Které z následujících tvrzení je <u>nepravdivé</u>?

A) Aritmetický průměr je větší než medián.

B) Aritmetický průměr je menší než 2,5.

C) Nejvíce je dvojek.

D) Modus je 5.

E) Nejsou žádné pětky.

24.3 MX_2016_22

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 22

V hotelu je 10 hostů. V tabulce je uvedeno, zda se domluví, či nedomluví anglicky nebo francouzsky.

	domluví se francouzsky	nedomluví se francouzsky
domluví se anglicky	2	3
nedomluví se anglicky	1	4

(CZVV)

2 body

22 Jaká je pravděpodobnost, že se spolu domluví anglicky nebo francouzsky dva náhodně vybraní hosté?

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{3}{5}$

C) $\frac{3}{10}$

D) $\frac{4}{15}$

E) jiná pravděpodobnost

24.4 MX_2017_23

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 23

V tabulce jsou uvedeny výsledky soutěžících ve dvou různě početných skupinách A a B. Každý soutěžící mohl získat 0–4 body. Některé údaje v tabulce chybí, avšak víme:
V <u>tabulce četností</u> bude v každém řádku 5 různých čísel,
ve sloupcích bude vždy ve skupině B číslo o 2 větší než ve skupině A.

Skupina	Počet bodů	0	1	2	3	4
A	Četnost	2	0	8		
B		4	2			

Aritmetický průměr	Medián	Modus
	2,5	4

(CZVV)

max. 3 body

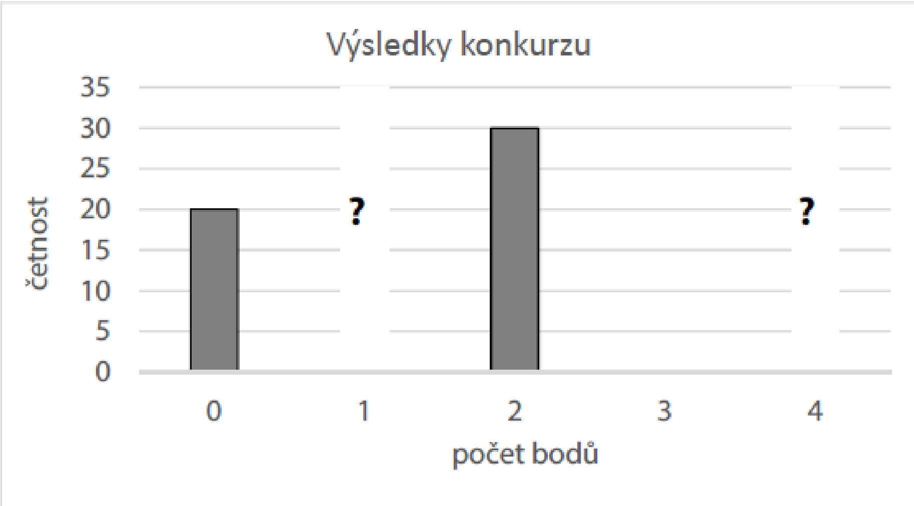
23 Po doplnění potřebných údajů rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
23.1	U skupiny A je aritmetický průměr větší než medián.	☐	☐
23.2	U skupiny B je medián 2,5.	☐	☐
23.3	U skupiny B je aritmetický průměr 2,5.	☐	☐

24.5 MX_2018_22

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 22

Účastníci konkurzu mohli získat 0, 1, 2, 3, nebo 4 body.
Nakonec žádná ze zúčastněných osob nezískala 3 body a medián i aritmetický průměr počtu získaných bodů byl shodně 1,5.



(CZVV)

2 body

22 Kolik osob se účastnilo konkurzu?

A) právě 70 osob

B) právě 80 osob

C) právě 90 osob

D) právě 100 osob

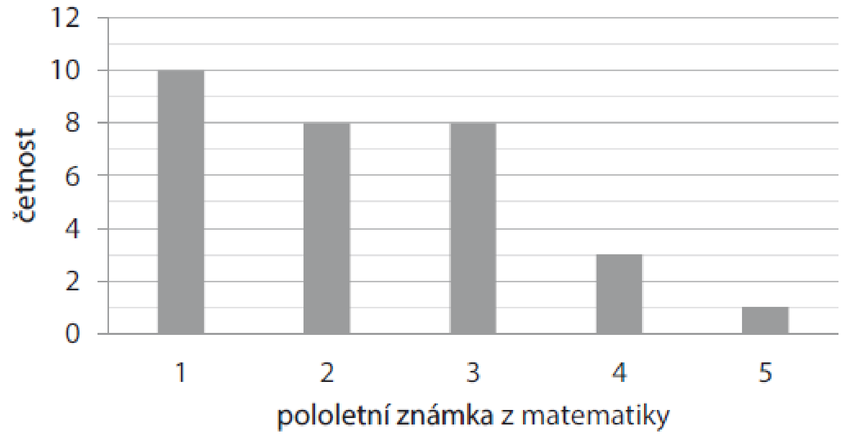
E) Úloha má více řešení.

24.6 MX_2019_15

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 15

Ve třídě 4. A je 14 chlapců a 16 dívek. Ve skupině všech chlapců této třídy je medián pololetních známek z matematiky 2,5.

V následujícím grafu je uvedeno rozdělení četností pololetních známek z matematiky ve 4. A.



(CZVV)

2 body

15 Jaký je největší možný počet dívek, které mohly za daných podmínek získat známku 3?

A) 7

B) 6

C) 5

D) 4

E) jiný počet

24.7 MX_2020_05

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 5

Každý z 10 soutěžících mohl získat 0 až 3 trestné body.

Četnosti představující počty soutěžících, kteří získali stejný počet trestných bodů, jsou v první tabulce uvedeny **v nesprávném pořadí.**

Při správném přiřazení četností je medián a modus počtu trestných bodů stejný. Ze všech takových možností je správná pouze ta, která vede k nejmenší možné hodnotě aritmetického průměru počtu trestných bodů.

Trestné body	0	1	2	3
Četnost	0	2	3	5

Oprava

Trestné body	0	1	2	3
Četnost				

(CZVV)

1 bod

5 Z údajů ve správně vyplněné tabulce vypočtěte aritmetický průměr počtu trestných bodů.

24.8 MX_2020_12

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Z dlouhodobých statistik vyplývá, že 5 % osob má vlastnost A a 10 % osob vlastnost B. Obě vlastnosti se nepodmiňují, naopak jsou nezávislé.

(CZVV)

max. 3 body

12 Vypočtěte s přesností na tisíciny **pravděpodobnosti jevů:**

12.1 Náhodně vybraná osoba nemá ani jednu z obou vlastností A, B.

12.2 Alespoň jedna z 5 náhodně vybraných osob má alespoň jednu z obou vlastností A, B.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení.**

24.9 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_04 (komb)

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 4

Ve škole jsou 4 třídy druhého ročníku označeny písmeny A, B, C, D. V tabulce jsou uvedeny počty žáků a průměrné známky z matematiky v těchto třídách.

Třída	Počet žáků	Průměrná známka z matematiky
A	27	2,08
B	25	2,18
C	26	2,70
D	22	2,37

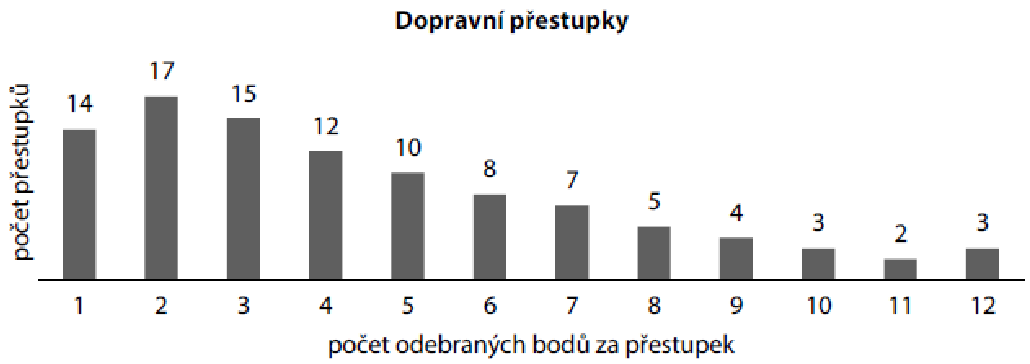
(CZVV)

4 Vypočtěte průměrnou známku z matematiky žáka ve druhém ročníku této školy.

24.10 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_05 (komb)

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 5

V grafu je statistika dopravních přestupků ve sledovaném období. Závažnost dopravního přestupku vyjadřuje počet odebraných bodů.



Např. bylo spácháno 10 pětibodových přestupků.

(CZVV)

5

5.1 Určete průměrný počet bodů odebraných za jeden přestupek.

5.2 Určete, kolikrát počet odebraných bodů překročil průměrnou hodnotu.

5.3 Určete modus.

5.4 Určete medián.

5.5 Vypočtěte směrodatnou odchylku.

24.11 MX_2021J_22

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 22

Právě tři skupiny vězňů A, B, C vyráběly ochranné pláště pro zdravotníky. Každý vězeň téže skupiny ušil stejný počet plášťů.

Ve **skupině A** je p vězňů a **každý** z nich ušil $(2p - 1)$ plášťů.

Skupina B má o p vězňů více než skupina A, ale **celkem** vyrobila o p plášťů méně než skupina A.

Skupina C má sice o 1 vězně méně než skupina A, každý její vězeň však ušil o 2 pláště více, než ušil každý vězeň skupiny A.

Skupina	A	B	C
Počet vězňů	p		
Počet plášťů, které ušil jeden vězeň	$2p - 1$		
Celkový počet vyrobených plášťů			

(CZVV)

max. 3 body

22 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (22.1–22.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
22.1	Ze všech vězňů, kteří šili pláště, je méně než polovina ve skupině B.	☐	☐
22.2	Každý vězeň skupiny A ušil o p plášťů více, než ušil každý vězeň skupiny B.	☐	☐
22.3	Skupina C celkem vyrobila více plášťů než skupina A.	☐	☐

24.12 MX_2021P_04

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 4

Všech **90 žáků** čtvrtého ročníku dostalo známku ze závěrečného testu.

V tabulce jsou uvedeny pouze četnosti známek 1 a 4.

Dále platí: Žádné dvě četnosti nejsou stejné, medián známek je 2 a modus známek je 3.

Známka	1	2	3	4	5
Četnost	5			2	

(CZVV)

2 body

4 Určete, kolik žáků dostalo ze závěrečného testu trojku.

24.13 MX_2022J_09

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Nová metoda léčení byla testována na myších. Pravděpodobnost, že léčení touto metodou je úspěšné **alespoň** u jedné ze dvou náhodně vybraných myší, je 0,84. Výsledky léčení jednotlivých myší jsou na sobě nezávislé. *(CZVV)*

max. 2 body

9 Vypočtěte pravděpodobnost, že u jedné náhodně vybrané myši bude léčení novou metodou úspěšné.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

24.14 MX_2024J_17

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Během II. pololetí si oproti I. pololetí tři žáci třídy zlepšili výslednou známku z fyziky o 1 stupeň a dva žáci dokonce o 2 stupně. Ostatní žáci měli z fyziky v I. i ve II. pololetí stejnou známku. Aritmetický průměr výsledných známek z fyziky se tak ve třídě na konci II. pololetí změnil oproti I. pololetí o čtvrt stupně.

2 body

17 Kolik žáků třídy dostalo na konci II. pololetí známku z fyziky?

A) 20 žáků

B) 24 žáků

C) 28 žáků

D) 32 žáků

E) jiný počet žáků

24.15 MX_2025P_04

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 4

Všech **80 žáků** čtvrtého ročníku dostalo známku ze závěrečného testu.
V tabulce jsou uvedeny pouze četnosti známek 4 a 5.
Dále platí: Žádné dvě četnosti nejsou stejné, medián známek je 3 a modus známek je 2.

Známka	1	2	3	4	5
Četnost				11	4

(CZVV)

2 body

4 Určete, kolik nejvýše žáků mohlo ze závěrečného testu dostat jedničku.

24.16 MX_2026J_06

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 6

Všichni žáci, kteří psali maturitní test, byli rozděleni do dvou skupin podle toho, zda v testu uspěli či neuspěli. V testu neuspěla přesně osmina všech žáků, kteří test psali.

Pro účely porovnání výsledků obou skupin bylo z testu vybráno 10 nejjednodušších úloh. V tabulce jsou uvedeny aritmetické průměry celkového bodového zisku za těchto 10 úloh, jeden údaj však chybí.

Skupina žáků	Uspěli v testu	Neuspěli v testu	Obě skupiny dohromady
Průměrný bodový zisk za vybraných 10 úloh	7,5		6,8

(CZVV)

2 body

6 Vypočtěte aritmetický průměr bodového zisku za vybraných 10 úloh ve skupině žáků, kteří v testu neuspěli.

25 SLOVNÍ ÚLOHY

25.1 MX_2014_ilustracni_test_04

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Žáci jedné třídy chtějí paní učitelce věnovat lístek do divadla. Jestliže každý z nich přispěje 12 korunami, k zakoupení lístku jim bude chybět 34 korun. Přispěje-li každý žák 15 korunami, zbude jim 50 Kč. Nakonec se žáci dohodli, že každý přinese 14 korun.

(CERMAT)

max. 3 body

4 Vypočtěte, kolik korun třídě zbude po zakoupení lístku.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

25.2 MX_2014_11

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

V letadle na cestě do Asie letělo o 40 cizinců více než Čechů. Polovina cizinců požadovala vegetariánskou stravu, z českých pasažérů měla stejné přání pouze desetina. Vegetariánská strava se tak připravovala pro třetinu všech pasažérů.

(CERMAT)

max. 3 body

11 Určete celkový počet pasažérů požadujících vegetariánskou stravu.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

25.3 MX_2014_12

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Hráč přichází na stanoviště s určitým počtem žetonů. Na stanovišti musí utratit alespoň jeden žeton.

Kolik žetonů hráč utratí, tolikrát se při odchodu ze stanoviště zvětší počet jeho zbývajících žetonů. (Např. přichází-li hráč na stanoviště s 10 žetony a utratí 4 žetony, stanoviště opustí s 24 žetony.)

Žetony nelze dělit.

Aleš přichází na stanoviště se 45 žetony.

(CERMAT)

max. 4 body

12

12.1 Určete počet žetonů, které musí Aleš utratit, aby stanoviště opouštěl nejméně s 500 žetony. (Najděte všechna řešení.)

12.2 Určete největší možný počet žetonů, který si Aleš z tohoto stanoviště může odnést.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

25.4 MX_2015_04

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Aleš zaplatil za zlevněný zájezd 9 000 korun a z původní ceny zájezdu tak ušetřil čtvrtinu. Sleva se týkala jen dopravy, jejíž cena klesla na 40 % původní ceny. Ostatní náklady zůstaly v plné výši.

(CZVV)

max. 2 body

4 **Vypočtěte původní cenu dopravy** (d).

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

25.5 MX_2016_04

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Členové kapely si pořídili aparaturu za 13 500 Kč. Všichni na nákup přispěli stejnou částkou. Kdyby jim vypomohl ještě fanoušek Jarda a celkovou částku si rovnocenně rozdělili i s ním, každému z členů kapely by se náklady snížily o 450 Kč.

(CZVV)

max. 3 body

4 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtěte, kolik členů má kapela**.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

25.6 MX_2017_04

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Kladná čísla *g*, *h* se liší o 33. Číslo *g* je o 20 % větší než neznámé číslo *x*, neznámé číslo *x* je o 20 % větší než číslo *h*.

(CZVV)

max. 2 body

4 Užitím <u>rovnice nebo soustavy rovnic</u> **vypočtěte neznámé číslo** *x*.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

25.7 MX_2018_04

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Adam, Bořek a Cyril si koupili ze společných příspěvků doplňky k hudební aparatuře.

Cyril s Bořkem přispěli dohromady částkou 5 100 korun. Bořek přispěl o třetinu vyšší částkou než Adam a Adam částkou o třetinu nižší než Cyril.

Po zakoupení všech doplňků chlapci věnovali zbývající částku na dobročinné účely. Její hodnota se rovnala pětině částky, kterou zaplatili za všechny doplňky.

(CZVV)

max. 3 body

4 Užitím <u>rovnice nebo soustavy rovnic</u> **vypočtěte v korunách**

4.1 příspěvek Adama,

4.2 částku věnovanou na dobročinné účely.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy 4 celý **postup řešení**.

25.8 MX_2019_06

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

K dispozici je 11 ampulí o stejném objemu.
Do 3 ampulí dohromady se vejdou více než 4 centilitry tekutiny, ale méně než 5 centilitrů.
Do 4 ampulí dohromady se vejde více než 5 centilitrů tekutiny, ale méně než 6 centilitrů.
Celkový objem 11 ampulí je přesně n centilitrů, kde n je přirozené číslo.

(CZVV)

max. 2 body

6 **Vypočtěte n.**

Najděte všechna řešení.

25.9 MX_2020_03

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

V dílně se pracuje na dvou strojích.

Na prvním stroji se za určitou dobu vyrobí n výrobků, zatímco na druhém stroji se za dobu o třetinu delší vyrobí $2n$ výrobků.

Na **obou** strojích se za p hodin vyrobí dohromady $10n$ výrobků.

(CZVV)

max. 2 body

3

3.1 Vypočtěte, kolikrát více výrobků se za stejnou dobu vyrobí na druhém stroji než na prvním stroji.

3.2 V závislosti na p vyjádřete, za kolik hodin se $10n$ výrobků vyrobí jen na prvním stroji.

25.10 MX_2020_2021_katalog_pozadavku_01(rov)

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Na cestě mezi městy *A* a *C* leží město *B*. Vzdálenost měst *A* a *B* je 10 km a vzdálenost měst *B* a *C* je 50 km.

Z měst *A* a *B* vyjeli současně dva cyklisté směrem k městu *C*. Rychlost cyklisty vyjíždějícího z města *A* byla 25 km $\cdot$ h^{-1}, rychlost cyklisty vyjíždějícího z města *B* 20 km $\cdot$ h^{-1}.

(CZVV)

1 Ve které vzdálenosti od města *C* dohonil první cyklista druhého?

A) 20 km před městem *C*

B) 10 km před městem *C*

C) 0 km

D) 10 km za městem *C*

E) v jiné vzdálenosti

25.11 MX_2021J_04

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Výrobní družstvo vyrobilo sadu stejných sekaček, každou s týmiž náklady na její výrobu. Polovinu sekaček družstvo prodalo za cenu o 70 % vyšší, než byly náklady na jejich výrobu. Každou další sekačku družstvo prodává za cenu o 50 % vyšší, než byly náklady na její výrobu.

Přestože družstvo ještě neprodalo všechny sekačky, peníze získané za prodané sekačky již nyní přesně pokryly náklady na výrobu celé sady sekaček.

(CZVV)

max. 3 body

4 Vypočtěte, kolik procent všech vyrobených sekaček již družstvo prodalo.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

25.12 MX_2021P_02

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Aleš si naspořil o 60 % vyšší částku než Dana a ze své naspořené částky již 45 % utratil. Když si Dana za část svých úspor koupila nové kolo, z úspor jí zbyla úplně stejná částka, jako zbyla Alešovi.

(CZVV)

max. 2 body

2 Vypočtěte,

2.1 kolik procent svých úspor utratila Dana za kolo,

2.2 kolikrát více utratil Aleš než Dana.

25.13 MX_2021P_03

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Karel a Emil mají pokosit louku.

Karel by pokosil celou louku sám za t hodin. Emil, který používá elektrickou kosu, by sám pokosil celou louku dvakrát rychleji než Karel.

Louku začal kosit Karel, po půl hodině se k němu přidal Emil a oba společně pak pracovali ještě několik hodin, než byla louka pokosená.

(Karel ani Emil své pracovní tempo nemění.)

(CZVV)

max. 2 body

3 Vyjádřete v závislosti na veličině t,

3.1 jakou část louky pokosil Karel za půl hodiny,

3.2 jakou část louky pokosil Emil.

25.14 MX_2022J_03

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Ve firmě se konalo první kolo konkurzu, v němž každý uchazeč získal 0, 1, 2, nebo 3 body. Poté si každý ze tří vedoucích A, B, C pozval některé uchazeče na osobní pohovor.

Vedoucí A pozval 75 % všech uchazečů, což byli všichni ti, kteří získali 1 nebo 2 body.

Vedoucí B pozval pouze uchazeče, kteří získali 3 body, těch bylo o třetinu méně než uchazečů bez bodu.

Vedoucí C pozval jen uchazeče, kteří získali alespoň 2 body, těch bylo celkem 40 %.

(CZVV)

max. 2 body

3 Vypočtěte,

3.1 kolik procent všech uchazečů získalo v prvním kole konkurzu 2 body,

3.2 kolik procent všech uchazečů bylo pozváno na jediný pohovor.

25.15 MX_2022J_06

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Stánek s ovocem byl v tržnici otevřen 3 dny. Před otevřením byl stánek prázdný.

Množství ovoce v kg, které do stánku přivezli v prvním, druhém a třetím dnu v tomto pořadí, bylo v poměru 3 : 2 : 1. Množství ovoce v kg, které v jednotlivých dnech (ve stejném pořadí) ve stánku prodali, bylo v poměru 2 : 3 : 2.

Na konci dne zůstávalo neprodané ovoce ve stánku. Druhý den zbylo ve stánku 60 kg ovoce, třetí den se všechno ovoce prodalo.

(CZVV)

max. 2 body

6 Vypočtěte, kolik kg ovoce

6.1 přivezli do stánku třetí den,

6.2 prodali ve stánku druhý den.

25.16 MX_2023J_18

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

V pekařství mají housky dvou velikostí.

Hmotnost 4 velkých housek je stejná jako hmotnost 9 malých housek, přitom 1 velká houska stojí stejně jako 2 malé housky.

V pekařství uvádějí u pečiva také měrnou cenu, tj. cenu přepočtenou na 1 kg pečiva.

(CZVV)

2 body

18 O kolik procent je měrná cena malé housky vyšší než měrná cena velké housky?

A) o 7,5 %

B) o 8 %

C) o 9 %

D) o $11,\overline{1}$ %

E) o 12,5 %

25.17 MX_2023P_03

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

V prodejně obuvi měli na začátku zimy o 500 párů dámských bot více než pánských.

Během zimy se prodalo o 20 % více dámských bot než pánských a na konci zimy zbylo v prodejně již jen 120 párů dámských bot a 80 párů pánských bot.

(CZVV)

max. 3 body

3 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtěte, kolik párů pánských bot se během zimy prodalo.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

25.18 MX_2024J_03

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Cestovní kancelář nakoupila všechna hotelová místa za jednotnou cenu. Nákupní cena každého místa byla o 60 % nižší než prodejní cena, kterou za toto místo cestovní kancelář utržila. Cestovní kanceláři se podařilo prodat pouze 80 % všech nakoupených míst.

1 bod

3 Vypočtěte, o kolik procent více cestovní kancelář utržila za prodaná místa, než zaplatila za nákup všech hotelových míst.

25.19 MX_2025P_02

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Jan měl na svém účtu o 75 % vyšší částku, než měla na svém účtu Lída. Z prostředků na těchto dvou účtech si oba společně koupili byt. Jan na tento nákup použil 60 % prostředků ze svého účtu. Po nákupu bytu zůstala oběma na jejich účtech úplně stejná částka. (CZVV)

max. 2 body

2 Vypočtěte,

2.1 kolik procent z prostředků na svém účtu použila na nákup bytu Lída,

2.2 kolikrát více přispěl na nákup bytu Jan než Lída.

25.20 MX_2025P_03

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Úředníci Matěj a Lada kontrolují maturitní písemky žáků, kteří se odvolali proti hodnocení. Matěj by všechny písemky zkontroloval sám za n šestihodinových pracovních směn. Lada je produktivnější, neboť za stejnou dobu zkontroluje 1,5krát více písemek než Matěj. Během několika pracovních směn zkontrolovala Lada část maturitních písemek. Zbývající písemky zkontroloval Matěj za dobu o 2 hodiny delší, než strávila kontrolou Lada. Matěj ani Lada své pracovní tempo nemění. (CZVV)

max. 2 body

3 Vyjádřete výrazem s proměnnou n,

3.1 jakou část maturitních písemek zkontroloval Matěj za 2 hodiny,

3.2 jakou část všech maturitních písemek zkontrolovala Lada.

26 Literatura

[CZVV] Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání – Cermat, maturitní úlohy z rozšiřující matematiky z let 2014–jaro 2026, ilustrační testy Cermatu, katalogy požadavků k maturitě z rozšiřující matematiky, souborů a katalogů vzorových úloh, ilustračních testů, mimořádných testů, řešení příkladů a další materiály Cermatu. Pokud je uvedena citace například „MX_2016_01“ znamená to příklad č. 1 z rozšiřující maturity v roce 2016. Obdobně citace „MX_2024J_12“ znamená příklad č. 12 z rozšiřující maturity v jarním termínu roku 2024.

[Tabulky] Mikulčák J., Charvát J., Macháček M., Zemánek F.: Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy, Prometheus, 2025

[VK] Vlastimil Klíma. Ke kreslení některých obrázků byly použity kreslící programy https://www.geogebra.org/ a https://www.desmos.com/calculator

[VK1] Vlastimil Klíma: Nejmenší možný souhrn znalostí pro maturitu z matematiky, na základě úplného souboru maturitních úloh z let 2014 - jaro 2026, ver. 1.3, s přílohami https://cryptography.cz/